

इकाई (Unit):- 1

स्थिरवैद्युतिकी (Electrostatics)

स्थिर

वैद्युतिकी

रुका हुआ

आवेश

स्थिरवैद्युतिकी (Electrostatics):- भौतिकी की वह शाखा जिसके अंतर्गत रुका हुआ आवेश से उत्पन्न, विद्युत बल, विद्युत क्षेत्र, विद्युत विभव और विद्युत ऊर्जा के अध्ययन करते हैं, उसे स्थिरवैद्युतिकी कहते हैं।

→ स्थिरवैद्युतिकी रुका हुआ आवेश के अध्ययन है।

उदाहरण,

→ सूखे मौसम में संश्लेषित कपड़े (synthetic fabric) या स्वेटर उतारे समय चट-चट की आवाज सुनाई देना या अंधेरे में कुछ चिंगारी दिखाई देना।

→ सड़क पर कुछ दूर चलने वाली कार का दरवाजा खोलते समय बिजली का हल्का सा झटका लगना।

→ आकाश में बिजली का चमकना।

→ प्लास्टिक की कंघी या कलम को बालों में रगड़ने के बाद कागज जैसे हल्की वस्तु या धूलकण को अपनी ओर आकर्षित करना।

स्थिरवैद्युतिकी के अनुप्रयोग/उपयोग

(Use/Application of electrostatic)

(i) स्थिरवैद्युतिकी के ज्ञान का प्रयोग करके बिजली के चमकने एवं गरजने जैसी प्राकृतिक घटनाओं को समझा जा सकता है।

(ii) स्थिरवैद्युतिकी के सिद्धांत की सहायता से पेन्टों का स्प्रे किया जाता है और पाउडर की परत चढ़ायी जाती है।

(iii) छाया प्रति बनाने का यंत्र (Photocopier) मुख्यतः स्थिरवैद्युतिकी के सिद्धांत पर आधारित होता है।

(iv) संधारित्र (Capacitor) स्थिरवैद्युतिकी के सिद्धांत पर कार्य करते हैं।

(v) उच्च विद्युत् विभव के स्रोत, जैसे कि वान डी ग्राफ जनित्र स्थिरवैद्युतिकी के सिद्धांत पर कार्य करता है।

स्थिरवैद्युतिकी (Electrostatics)

Chapter: - 01

वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र
(Electric charge and field)

Chapter: - 02

स्थिरवैद्युत विभव तथा धारिता
(Electrostatics potential
and capacitance)

Chapter: - 01

वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र (Electric charge and field)

→ **वैद्युत आवेश (Electric charge):-** वैद्युत आवेश पदार्थ का वह गुण है, जिसके कारण से पदार्थ में वैद्युतीय तथा चुम्बकीय प्रभाव उत्पन्न होता है।

→ वैद्युत आवेश पदार्थ के मौलिक कणों का गुण है।

→ वैद्युत आवेश को Q या q से सूचित किया जाता है।

→ वैद्युत आवेश का S.I. मात्रक कूलॉम $\{C\}$ है।

→ कूलॉम को मिली, माइक्रो, नेनो एवं पिको में भी व्यक्त किया जा सकता है।

$$1 \text{ मिली कूलॉम (mC)} = 10^{-3} \text{ C}$$

$$1 \text{ माइक्रो कूलॉम } (\mu\text{C}) = 10^{-6} \text{ C}$$

$$1 \text{ नेनो कूलॉम (nC)} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$1 \text{ पिको (pC)} = 10^{-12} \text{ C}$$

→ आवेश का C.G.S मात्रक स्टैट कूलॉम या E.S.U होता है।

$$1 \text{ C} = 3 \times 10^9 \text{ स्टैट कूलॉम}$$

$$1 \text{ स्टैट कूलॉम} = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$\text{या, } 1 \text{ स्टैट कूलॉम} = 3.3356 \times 10^{-10} \text{ C}$$

→ आवेश का सबसे बड़ा मात्रक फैराडे है।

$$1 \text{ फैराडे} = 96500 \text{ C}$$

→ आवेश का सबसे छोटा मात्रक फ्रैंकलिन है।

$$1 = \text{फ्रैंकलिन (fr)} = 3.335 \times 10^{-10} \text{ C}$$

$$1 = \text{कूलॉम (C)} = 2997919999.934 \text{ Fr}$$

$$1 = \text{कूलॉम (C)} = 2.99 \times 10^9 \text{ Fr}$$

$$1 = \text{कूलॉम} = 3 \times 10^9 \text{ Fr}$$

$$1 \text{ फ्रैंकलिन} = 1 \text{ esu} = 1 \text{ state coulomb} = 3 \times 10^9$$

→ आवेश का विद्युत चुम्बकीय मात्रक (e.m.u) एब कूलॉम है।

$$1 \text{ कूलॉम} = \frac{1}{10} \text{ एब कूलॉम}$$

➤ आवेश का विमीय सूत्र [AT] या, [IT] या $[M^0L^0T^1A^1]$ होता है।

➤ **विद्युत आवेश का इतिहास (History of Electric Charge):** -

आज से लगभग 2600 वर्ष पूर्व यानी 600 ई० पूर्व यूनान के दार्शनिक थेल्स ने जब ऐम्बर को फर से रगड़ा तो ऐम्बर हल्की वस्तु जैसे धूलकण, कागज़ के टुकड़े को अपने और आकर्षित करने लगा।

थेल्स के दो हजार वर्ष बाद तक इस खोज पर किसी का ध्यान नहीं गया। सन 1600 ई० में विलियम गिलबर्ट ने यह प्रमाणित किया ऐम्बर और रेशमी वस्त्र बहुत से अन्य पदार्थ जैसे काँच की छड़, ऐबोनाइट की छड़ आदि को भी जब उपयुक्त वस्तु से रगड़ा जाता है तो उसमें भी हलके-हल्के वस्तुओं को आकर्षण का गुण आ जाता है। उन्होंने अपने कार्य को **डी मैग्नेट** में प्रकाशित किया।

विलियम गिलबर्ट के बाद

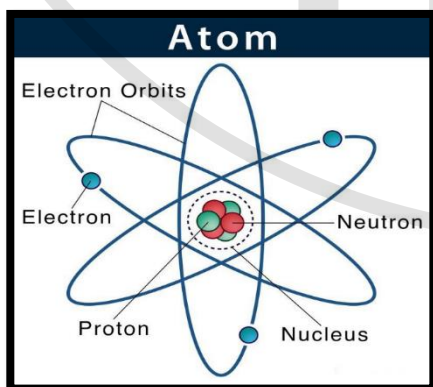
➔ 1646 में सर **Thomas Brown** ने **Electricity** शब्द का प्रयोग किया।

➔ **Electricity** (इलेक्ट्रिसिटी) शब्द ग्रीक भाषा के शब्द **Electron** से व्युत्पन्न हुआ है, जिसका अर्थ ऐम्बर है।

➔ ऐम्बर एक पीला भूरा गोंद जैसा पदार्थ होता है।

विद्युत आवेश का Electron सिद्धांत

➤ प्रत्येक पदार्थ परमाणुओं से मिलकर बना होता है। प्रत्येक परमाणु का समस्त भार उसके केन्द्रीय भाग में समाहित होता है, जिसे **नाभिक** कहते हैं।



➔ **नाभिक में दो प्रकार के मौलिक कण होते हैं:-**

(i) प्रोटोन (ii) न्यूट्रोन

➔ प्रोटोन पर धनावेश तथा न्यूट्रोन उदासीन होता है। नाभिक के चारों ओर **electron** पर ऋणावेश होता है।

➔ जब प्रत्येक परमाणु में **proton** की संख्या **electron** की संख्या के बराबर होती है, तो परमाणु उदासीन होता है।

➔ जब किसी परमाणु से एक या एक से अधिक **electron** की कमी हो जाती है, तो परमाणु धनावेशित हो जाता है या एक या एक से अधिक **Electron** की अधिकता होती है तो परमाणु ऋणावेशित हो जाता है।

➔ वस्तु को आवेशित होने के लिए केवल **Electron** उत्तरदायी होते हैं प्रोटोन नहीं क्योंकि प्रोटोन नाभिक में बहुत अधिक बल से बंधे होते हैं, अतः उन्हें निकालना आसान नहीं है।

आवेश के प्रकार (Types of Charge)

➤ वैज्ञानिक द्वारा किए गए प्रयोग से यह सिद्ध हुआ कि आवेश मुख्यतः दो प्रकार के होते हैं:-

(i) धनावेश (धनात्मक आवेश)

(ii) ऋणावेश (ऋणात्मक आवेश)

(i) धनावेश (धनात्मक आवेश):- जब किसी वस्तु में **proton** की संख्या **Electron** की संख्या से अधिक होता है, तो वस्तु पर उपस्थित आवेश को धनावेश कहते हैं।

Proton की संख्या > Electron की संख्या = धनावेश

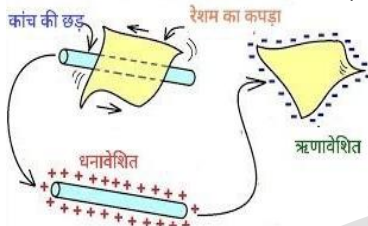
(ii) ऋणावेश (ऋणात्मक आवेश):- जब किसी वस्तु में **Electron** की संख्या **Proton** की संख्या अधिक होता है, तो वस्तु पर उपस्थित आवेश को ऋणावेश कहते हैं।

Electron की संख्या > Proton की संख्या = ऋणावेश

उदाहरण:-

(i) काँच की छड़ को जब रेशमी वस्त्र से रगड़ा जाता है तो इस दौरान **Electron** काँच की छड़ से रेशमी वस्त्र

पर स्थानांतरित हो जाता है, तो काँच का छड़ धनावेशित तथा रेशमी वस्त्र ऋणावेशित हो जाता है।



(ii) प्लास्टिक की छड़ को जब ऊन से रगड़ा जाता है तो इस दौरान **Electron** ऊन से प्लास्टिक के छड़ पर स्थानांतरित हो जाता है, तो प्लास्टिक की छड़ ऋणावेशित तथा ऊन धनावेशित हो जाता है।



इस परिपाटी के अनुसार

➤ **Electron** ऋणावेशित तथा **Proton** धनावेशित होता है।

NOTE:- जब काँच की छड़ को रेशमी वस्त्र से रगड़ा जाता है तो काँच की छड़ धनावेशित हो जाता है, लेकिन जब काँच की छड़ को फलालैन (एक मुलायम कपड़ा) से रगड़ा जाता है तो काँच की छड़ ऋणावेशित हो जाता है।

➔ वैद्युत आवेश का धनात्मक और ऋणात्मक नाम

1750 में बेंजामिन फ्रैंकलिन ने रखा।

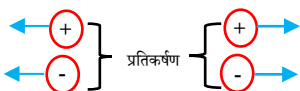
➔ अमेरिकी वैज्ञानिक बेंजामिन फ्रैंकलिन ने कांचाभ (Vitreous) आवेश को धनावेश तथा रेजिनस (Resinous) को ऋणावेश कहा।

आवेश की ध्रुवता (Polarity of Charge)

- आवेश की ध्रुवता का अर्थ है Electron का स्थानांतरण।
- वह गुण जो दो प्रकार के आवेश में अंतर करता है, उसे आवेश की ध्रुवता कहते हैं।
- जैसे:- धनावेश तथा ऋणावेश।

➤ सजातीय आवेश (Like Charge):-

- ✓ समान प्रकृति के आवेश के युग्म के युग्म सजातीय आवेश कहते हैं।
- ✓ जैसे:- धनावेश तथा धनावेश या, ऋणावेश तथा ऋणावेश।



- ✓ सजातीय आवेश एक दुसरे को प्रतिकर्षित (Repel) करता है।

➤ विजातीय आवेश (Unlike Charge):-

- विपरीत प्रकृति के आवेश की युग्म को विजातीय आवेश कहते हैं।
- जैसे:- धनावेश तथा ऋणावेश



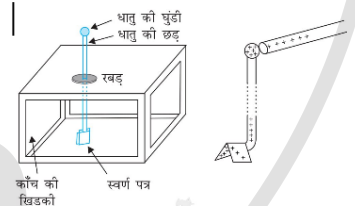
- ✓ विजातिया आवेश एक दुसरे को आकर्षित करता है।

❖ **आवेशित वस्तु (Charged Body):-** जब किसी वस्तु पर कोई आवेश होता है, तो उसे विद्युन्मय या आवेशित वस्तु कहते हैं।

❖ **अनावेशित वस्तु (Uncharged Body):-** जब किसी वस्तु पर कोई आवेश न हो तो, उसे अनावेशित या उदासीन (Neutral Body) कहते हैं।

❖ **स्वर्णपत्र विद्युत दर्शी (Gold Leaf Electroscope)** वह उपकरण जिसकी सहायता से किसी वस्तु पर आवेश का पता लगाया जाता है, उसे स्वर्णपत्र विद्युत-दर्शी कहते हैं।

❖ **स्वर्ण विद्युत दर्शी का बनावट (Construction of Gold Leaf Electroscopes):-** इसमें एक बौक्स में धातु की एक छड़ उर्ध्वाधर लगी होती है, जिसके निचले सिरे पर सोने के दो पट्टियाँ लगी होती है तथा छड़ के उपरी सिरे पर एक धातु की घुंड़ी (knowb) होती है।



❖ **स्वर्णपत्र विद्युत दर्शी का कार्यपाली सिधांत**

(Working Principle of Gold Leaf Electroscope)

जब किसी आवेशित वस्तु को धातु के घुंटी से स्पर्श (Touch) कराया जाता है, तो आवेश धातु के छड़ से होकर सोने के पट्टियों पर आ जाती है, चूँकि दोनों पट्टी पर समान आवेश होने के कारण एक दुसरे को प्रतिकर्षित कर देता है।

➤ **स्वर्णपत्र विद्युत दर्शी का उपयो**

(Use of Gold leaf Electroscope)

(i) आवेश का पता लगाने में।

- (ii) आवेश के प्रकृति का पता लगाने में |
 (iii) किसी पिंड का चालक या विद्युतरोधी होने का पता लगाने में |

❖ चालक तथा विद्युतरोधी (Conductor and Insulator)
 ➤ चालकता के आधार पर पदार्थों को निम्नलिखित भागों में वर्गीकृत किया गया है |

(i) चालक (ii) विद्युतरोधी (iii) अर्द्धचालक

(i) चालक (Conductor):- वह पदार्थ जो अपने होकर विद्युत को प्रवाहित होने देता है, उन्हें चालक कहते हैं।

जैसे:- धातुएँ, मानव एवं जन्तु शरीर चाँदी, लोहा पृथ्वी, ग्रेफाईट, अम्ल क्षार इत्यादि।

NOTE:- चालक में बहुत बड़ी संख्या में स्वतंत्र Electron होता है तथा प्रतिरोध कम होता है।

(ii) विद्युतरोधी या अचालक (Insulator):- वह पदार्थ जो अपने से होकर विद्युत को प्रवाह नहीं होने देता है, उन्हें विद्युतरोधी कहते हैं।

जैसे:- काँच, प्लास्टिक, नायलोन, सुखी लकड़ी, अधिकांश अधातु, बेकेलाईट गन्धक इत्यादि।

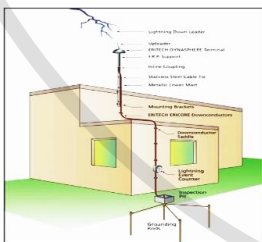
Note:- विद्युतरोधी में स्वतंत्र Electron नहीं होता है।

➤ विद्युतरोधी को परावैद्युत (Dielectric) भी कहते हैं।

(iii) अर्द्धचालक (Semiconductor):- वह पदार्थ जिनका चालकता चालक और विद्युतरोधी के मध्य होती है, उसे अर्द्धचालक कहते हैं।

जैसे:- सिलिकन, कार्बन, जर्मेनियम etc.

उत्तर:- वह प्रक्रिया जिसमें कोई पिंड अपने आवेशों को पृथ्वी के साथ साझा करता है, भुसम्पर्कन कहलाती है।



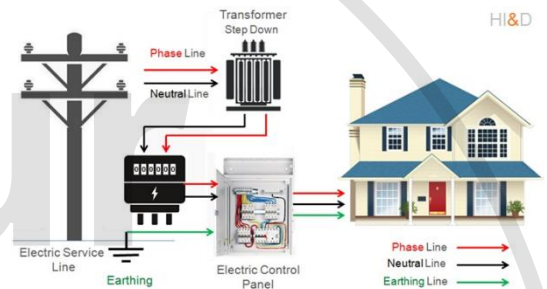
➤ हमारे घरों में विद्युत आपूर्ति के लिए प्रायः तीन प्रकार के तार का प्रयोग किया जाता है:-

- (i) विद्युन्मय तार (Live wire)
 (ii) उदासीन तार (Neutral wire)
 (iii) भूसंपर्क तार (Earth wire)

(i) विद्युन्मय तार (Live wire):- विद्युन्मय तार में एक विद्युतरोधी होता है जो लाल रंग का होता है, यह उच्च वोल्टेज वहन करता है और धारा लाता है।

(ii) उदासीन तार (Neutral wire):- उदासीन तार का विद्युतरोधी काले रंग का होता है और धारा प्रवाहित होने के लिए वापसी पथ प्रदान करता है। इसमें शून्य विभव होती है।

(iii) भूसंपर्क तार (Earth wire):- भुसम्पर्कन तार का विद्युतरोधी हरे रंग का होता है। इसमें कोई आवेश नहीं होता है।



➤ हरे रंग का तार पृथ्वी की गहराई में दबी एक मोटी धातु की प्लेट से जुड़ा होता है।



➤ बिजली के उपकरणों जैसे इलेक्ट्रिक आयरन, रेफ्रिजरेटर, टीवी आदि की धात्विक आवरण (Body) को भुसम्पर्कित तार (Earthing wire) से जोड़ा जाता है।

➤ जब कोई खराबी आती है या विद्युन्मय तार (Live wire) धात्विक आवरण (Body) को छूता है, तो आवेश (charge) पृथ्वी की ओर प्रवाहित होता है यदि कोई व्यक्ति उपकरण की धात्विक आवरण को छूता है तो उसे कोई झटका नहीं लगता है और कोई दुर्घटना नहीं होता है।

❖ आवेशन (Charging):- जब किसी वस्तु की आवेशित किया जाता है तो, उसे आवेशन कहते हैं।

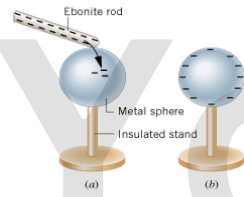
➤ आवेशिन के निम्न विधियाँ हैं:-

- (i) चालन या संपर्क द्वारा आवेशन (Charging By Conduction)
- (ii) घर्षण द्वारा आवेशन (Charging Induction)
- (iii) प्रेरण द्वारा आवेशन (Charging By Induction)

(i) चालन द्वारा या सम्पर्क द्वारा आवेशन (Charging

by conduction and contact):- जब किसी आवेशित वस्तु को अनावेशित वस्तु से स्पर्श कराया जाता है, तो अनावेशित वस्तु भी आवेशित हो जाता है, जिसे चालन या सम्पर्क द्वारा आवेशन कहते हैं।

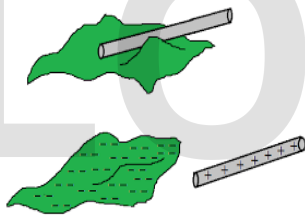
Note:- चालन द्वारा आवेशन विधि में एक वस्तु पर जितनी आवेश की कमी होती है दूसरा वस्तु पर उतना आवेश बढ़ता है।



(ii) घर्षण द्वारा आवेशन (Charging by

Friction):- जब दो वस्तुओं का आपस में रगड़ा जाता है तो उनके बीच **Electron** का स्थानांतरण होता है, जिसके कारण दोनों वस्तु आवेशित हो जाता है। जिसे घर्षण द्वारा आवेशन कहते हैं।

➤ जिस वस्तु से **Electron** स्थानांतरित होता है, वह धनावेशित तथा दूसरी ऋणावेशित हो जाता है।



Note:- इस विधि का घर्षण विद्युतीकरण कहते हैं।

(iii) प्रेरण द्वारा आवेशन (Charging Induction):-

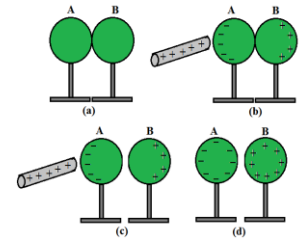
जब किसी आवेशित वस्तु द्वारा अनावेशित वस्तु द्वारा अनावेशित वस्तु पर स्पर्श किए बिना विपरीत प्रकृति आवेश उत्पन्न होता है, इसे प्रेरण द्वारा आवेशन कहते हैं।

विद्युत आवेश की मूल गुण (BASIC PROPERTIES OF ELECTRIC CHARGE)

प्रयोगों से यह देखा गया है कि विद्युत आवेश में निम्नलिखित तीन मूल गुण होते हैं:

1. आवेश की योज्यता (Additivity of charge)
2. आवेश का संरक्षण (Conservation of charge)
3. आवेश का क्वांटमीकरण/परिमाणीकरण (Quantization of charge)

1. आवेश की योज्यता:- किसी पदार्थ में मौजूद कुल आवेश, उसके अलग-अलग हिस्सों में मौजूद सभी आवेशों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है। आवेश के इस गुण को आवेश की योज्यता कहते हैं।



यदि किसी निकाय में आवेश $q_1, q_2, q_3, q_4, \dots, q_n$ है तो उसका कुल आवेश है

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \dots + q_n$$

2. आवेश का संरक्षण (Conservation of charge) आवेश के संरक्षण सिद्धांत से,

1. किसी अलग या विलगित निकाय (प्रणाली) का कुल आवेश नियत रहता है।
2. विद्युत आवेशों को न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट किया जा सकता है, उन्हें केवल एक पिंड से दूसरे पिंड में स्थानांतरित किया जा सकता है। इसे ही आवेश का संरक्षण सिद्धांत कहते हैं।

उदाहरण

1. जब कांच की छड़ को रेशमी कपड़े से रगड़ा जाता है तो उसमें धनात्मक आवेश विकसित हो जाता है। लेकिन साथ ही, रेशमी कपड़े पर भी उतना ही ऋणात्मक आवेश विकसित होता है। इस प्रकार कांच की छड़ और रेशमी कपड़े का नेट आवेश शून्य है, जैसा कि रगड़ने से पहले था।

2. सेंधा नमक जलीय घोल में इस प्रकार आयनित होता है।



चूंकि आयनीकरण से पहले और बाद में कुल आवेश शून्य होता है, इसलिए आवेश संरक्षित रहता है

3. विद्युत आवेश का क्वांटमीकरण/परिमाणीकरण

प्रत्येक आवेशित पदार्थ पर आवेश की मात्रा एक इलेक्ट्रॉन पर आवेश की मात्रा के पूर्ण गुणज में होती है।

अतः किसी आवेशित पदार्थ पर आवेश की मात्रा हो सकती है।

$$q = \pm ne$$

जहाँ $n = (\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots)$ तथा

$$e = \pm 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$$

इस प्रकार किसी आवेशित पदार्थ पर आवेश सदैव e के पूर्ण गुणज जैसे- $e, 2e, 3e, 4e, 5e, \dots$ इत्यादि में होता है।

- किसी पदार्थ पर आवेश e की भिन्न जैसे- $\frac{3}{1}e, \frac{5}{2}e, \frac{7}{2}e, \frac{3}{2}e, \dots$ इत्यादि में नहीं होता है।
- स्पष्ट है की विद्युत आवेश को अनिश्चित रूप से विभाजित नहीं किया जा सकता है। विद्युत आवेश के इस गुण को विद्युत आवेश का क्वांटमीकरण कहते हैं।

क्वांटमीकरण/परिमाणीकरण का कारण (Cause of quantization)

विद्युत आवेश के परिमाणीकरण का मूल कारण यह है कि रगड़ के दौरान केवल इलेक्ट्रॉनों की एक पूर्णांक संख्या को एक पिंड से दूसरे पिंड में स्थानांतरित किया जा सकता है।

- विद्युत आवेश का क्वांटमीकरण/परिमाणीकरण एक प्रयोगात्मक रूप से सत्यापित नियम है।
- फैराडे द्वारा खोजे गए स्थिरवैद्युतिकी के प्रायोगिक नियम ने सबसे पहले विद्युत आवेश की क्वांटमीकरण निर्धारित करने का सुझाव दिया।
- विद्युत आवेश के मापन पर 1912 में मिलिकन के तेल-ड्रॉप प्रयोग ने विद्युत आवेश के क्वांटमीकरण को और स्थापित किया।

❖ विद्युत आवेश तथा द्रव्यमान में अन्तर

(Difference Between Electric Charge And Mass)

आवेश (Charge)	द्रव्यमान (Mass)
1. विद्युत आवेश धनात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य हो सकता है।	1. किसी पिंड का द्रव्यमान सदैव धनात्मक होता है।
2. विद्युत आवेश सदैव क्वांटमीकृत होता है। $q = ne$	2. द्रव्यमान का क्वांटमीकृत अभी तक स्थापित नहीं हुआ है।
3. किसी वस्तु पर आवेश उसकी गति पर निर्भर नहीं करता है।	3. किसी पिंड का द्रव्यमान उसकी गति के साथ बढ़ता है।

4. विद्युत आवेश सदैव संरक्षित रहता है।

4. द्रव्यमान का संरक्षण संरक्षण द्वारा नहीं किया जाता है। स्वयं, द्रव्यमान का कुछ भाग ऊर्जा में परिवर्तित हो सकता है या इसके विपरीत।

❖ कूलम्ब का विद्युत बल का नियम

(COULOMB'S LAW OF ELECTRIC FORCE)

कूलम्ब का नियम:-

1785 में, फ्रांसीसी भौतिक विज्ञानी चार्ल्स ऑगस्टिन कूलम्ब (1736-1806) ने ऐंठन तुला का उपयोग करके प्रयोगात्मक रूप से छोटे आवेशित गोलों के बीच विद्युत बलों को मापा। उन्होंने अपनी प्रयोग को कूलम्ब के नियम के रूप में व्यक्त किया।

कूलम्ब का नियम के अनुसार, “दो स्थिर बिंदु आवेशों के बीच आकर्षण या प्रतिकर्षण का बल (i) दोनों आवेशों के परिमाण के गुणनफल के समानुपाती होता और (ii) उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।”



यदि दो बिंदु आवेश q_1 और q_2 हो तथा उनके बीच की दूरी r हो तो उनके बीच लगने वाला आकर्षण या प्रतिकर्षण बल F ,

$$F \propto q_1 q_2 \quad \dots\dots\dots 1$$

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad \dots\dots\dots 2$$

समीकरण 1 और 2 से.

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

जहां k समानुपातिकता नियतांक/स्थिरांक है, जिसे स्थिरविद्युत बल नियतांक या स्थिरांक भी कहा जाता है। k का मान दो आवेशों के बीच माध्यम की प्रकृति और मात्रकों की प्रणाली पर निर्भर करता है।

मुक्त स्थान में स्थित दो आवेशों के लिए और S.I मात्रक में,

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot K} = 9 \times 10^9 \text{Nm}^2\text{C}^{-1}$$



तब कूलम्ब का नियम लिखा जा सकता है।

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

यदि आवेश वायु अथवा निर्वात में हो तो

$K = 1$ तब,

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

जहां ϵ_0 को निर्वात या वायु की विद्युतशीलता या निरपेक्ष विद्युतशीलता कहते हैं तथा K को माध्यम का परावैद्युतांक (Dielectric Constant) या आपेक्षिक विद्युतशीलता (Relative Permittivity ϵ_r) कहते हैं।

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

विद्युतशीलता (Permittivity) :- वह गुण जो प्रत्येक पदार्थ या माध्यम का विद्युत बल या क्षेत्र के विरोध को मापता है, उसे विद्युतशीलता कहते हैं।

विद्युतशीलता (Permittivity)

(i) निर्वात की विद्युतशीलता (Absolute Permittivity ϵ_0)

(ii) किसी माध्यम की विद्युतशीलता (Relative Permittivity ϵ) या परावैद्युतांक (Dielectric Constant K)

1. निरपेक्ष विद्युतशीलता (Absolute Permittivity ϵ_0)

निर्वात में विद्युतशीलता के माप को निरपेक्ष विद्युतशीलता कहते हैं, यह एक निर्वात में विद्युत क्षेत्र बनते समय सामने आया प्रतिरोध है।

निर्वात की विद्युतशीलता ϵ_0 द्वारा दर्शाया जाता है।

मुक्त स्थान (निर्वात) की विद्युतशीलता का मान लगभग $8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$ या (Fm^{-1}) के बराबर होती है।

❖ ϵ_0 का मात्रक, मान, और विमाण

ϵ_0 का मात्रक

हम जानते हैं कि

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi F} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{N} \frac{C.C}{m^2}$$

$$\Rightarrow \text{C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

➤ अतः ϵ_0 का S.I मात्रक $\text{C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$ होता है।

ϵ_0 का विमाण

$$\epsilon_0 = \frac{(AT)(AT)}{(MLT^{-2})(L^2)} \\ \Rightarrow [M^{-1} L^{-3} T^4 A^2]$$

➤ अतः ϵ_0 का विमाण $[M^{-1} L^{-3} T^4 A^2]$ होता है।

ϵ_0 का मान

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \\ \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi K} \\ \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4 \times 3.14 \times 9 \times 10^9}$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

➤ अतः ϵ_0 का मान $8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

है।

(i) किसी माध्यम की विद्युतशीलता (Relative Permittivity ϵ) या परावैद्युतांक (Dielectric Constant K) :- वायु या निर्वात में किन्हीं दो आवेशों

के बीच लगने वाला बल तथा किसी माध्यम में उन्हीं दो आवेशों के बीच लगने वाला बल के अनुपात को माध्यम की विद्युतशीलता या परावैद्युतांक कहते हैं।

चूँकि हम जानते हैं की

जब आवेश मुक्त स्थान (vacuum or air) के अलावा किसी अन्य माध्यम में स्थित होते हैं, तो बीच का बल

$$F_m = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \dots\dots 1$$

जहाँ ϵ माध्यम की निरपेक्ष विद्युतशीलता है।

निर्वात या वायु में समान दूरी पर रखे गए समान दो आवेशों के बीच का बल

$$F_v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \dots\dots 2$$

समीकरण 2 में 1 से भाग देने पर,

$$\frac{F_v}{F_m} = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}}{\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{F_v}{F_m} = \frac{\frac{1}{\epsilon_0}}{\frac{1}{\epsilon}}$$

$$\Rightarrow \frac{F_v}{F_m} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

अर्थात्

$$\text{परावैद्युतांक} = \frac{\text{माध्यम की विद्युत्शीलता}}{\text{निर्वात की विद्युत्शीलता}}$$

$$K \text{ या } \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

नोट:-

- (i) परावैद्युतांक का कोई मात्रक नहीं होता, क्योंकि यह दो समान राशियों का अनुपात है।
- (ii) वायु अथवा निर्वात के लिए परावैद्युतांक (K) का मान 1 होता है, जबकि अन्य माध्यमों के लिए K का मान सदैव 1 से अधिक होता है।
- (iii) किसी भी पदार्थ का परावैद्युतांक एक विद्युत क्षेत्र में विद्युत उर्जा को संग्रहित करने की क्षमता को दर्शाता है।
- (iv) अलग-अलग माध्यमों का परावैद्युतांक का मान अलग-अलग होता है जैसे,

माध्यम	परावैद्युतांक
शुद्ध जल	80
धातु या सुचालक	अनंत
हवा	लगभग 1
पैराफीन मोम	2 – 2.5
रबर	7
अभ्रक	3 – 6
ग्लिसरीन	42.5

❖ $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ का मान

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{4 \times 3.14 \times 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}}$$

$$= \frac{1 \times 100 \times 1000 \times 10^{12}}{4 \times 314 \times 8854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}}$$

$$= \frac{100000 \times 10^{12}}{11120624}$$

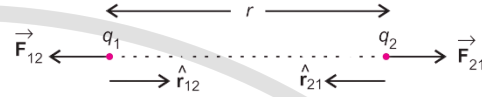
$$= 0.0089923011514 \times 10^{12}$$

$$= 8.9923 \times 10^9$$

$$= 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

कूलम्ब का नियम सदिश रूप में (Coulomb's law in vector form):-

यदि दोनों आवेश समान प्रकृति का हो तो ($q_1 q_2 > 0$), यदि दोनों आवेश एक ही प्रकृति के हैं तो उनके बीच लगने वाला बल प्रतिकर्षण प्रकृति का होगा।



तब सदिश रूप में कूलम्ब के नियम को इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है:

q_2 द्वारा q_1 पर आरोपित बल,

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21} \dots\dots\dots 1$$

q_1 द्वारा q_2 पर आरोपित बल,

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \dots\dots\dots 2$$

लेकिन,

$$\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21} \text{ (दिशा में विपरीत है)}$$

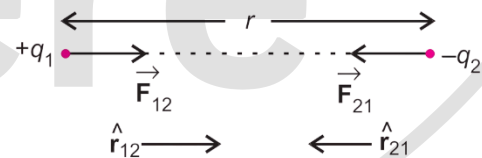
$$\therefore \vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} (-\hat{r}_{21})$$

$$\vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21}$$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \dots\dots\dots (a) \text{ (समीकरण.1 से)}$$

या

यदि दोनों आवेश विपरीत प्रकृति का हो तो ($q_1 q_2 < 0$) यदि दोनों आवेश विपरीत प्रकृति के हैं तो उनके बीच लगने वाला बल आकर्षण प्रकृति का होगा। \vec{F}_{12} तथा \hat{r}_{21} एक ही दिशा में जबकि \vec{F}_{21} तथा \hat{r}_{12} भी एक ही दिशा में है।



तब सदिश रूप में कूलम्ब के नियम,

q_2 द्वारा q_1 पर आरोपित बल,

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \dots\dots\dots 3$$

q_1 द्वारा q_2 पर आरोपित बल,

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21} \dots\dots\dots 4$$

$$\hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21} \text{ (दिशा में विपरीत है)}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} (-\hat{r}_{21})$$

$$\vec{F}_{12} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21} \dots \dots \dots 4$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \text{ या } \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \dots \dots (b)$$

समान्य रूप में कूलम्ब के नियम के सदिश रूप में व्यक्त किया जा सकता है |

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

चूंकि

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

❖ कूलम्ब के नियम का सदिश रूप से निम्नलिखित निष्कर्ष निकलता है |

(i) दो बिंदु आवेशों द्वारा एक दूसरे पर लगाए गए बल परिमाण में समान और दिशा में विपरीत होते (समी. (a) एवं (b) से स्पष्ट) हैं, जो न्यूटन के तृतीय गति नियम के अनुरूप है, अतः कूलम्ब के नियम का सदिश रूप न्यूटन के तृतीय गति नियम का पालन करता है |

(ii) दो बिंदु आवेशों के बीच स्थिरवैद्युत बल सदैव दोनों आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है। अतः यह एक केन्द्रीय बल है |

कूलम्ब नियम के सीमाएं (Limitations of coulomb laws)

1. यह सार्वत्रिक नियम नहीं है |
2. यह केवल उन बिंदु आवेश पर लागू होता है जो विराम में होता है।
3. यह केवल उन स्थिति में लागू होता है जहां व्युत्क्रम वर्ग नियम का पालन किया जाता है।
4. जब आवेश अनियमित आकार में हों तो इसे लागू करना कठिन होता है।
5. यह नियम तब मान्य होता है जब दोनों आवेश निर्वार्त में रखे जाते हैं।

❖ गुरुत्वाकर्षण बल और स्थिरवैद्युतिकी बल के बीच अंतर (Difference between gravitational force and electrostatic force)

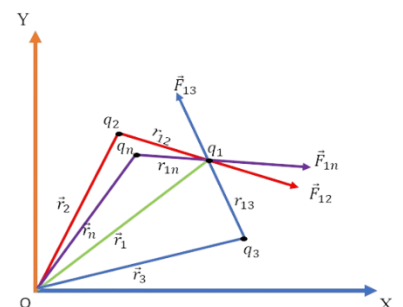
स्थिर वैद्युत	गुरुत्वाकर्षण वैद्युत
1. यह आवेश के कारण उत्पन्न होता है	यह द्रव्यमान के कारण उत्पन्न होता है
2. इसका समानुपाती नियतांक k होता है $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$	इसका समानुपाती नियतांक G होता है $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
3. यह आवेश के माध्यम पर निर्भर	यह आवेश के माध्यम पर निर्भर नहीं
4. यह सार्वत्रिक बल नहीं है	यह सार्वत्रिक बल है
5. इसमें आकर्षण तथा प्रतिकर्षण दोनों हैं	इसमें सिर्फ आकर्षण है

❖ स्थिरवैद्युत बल और गुरुत्वाकर्षण बल के बीच समानताएं। (similarities between electrostatic force and gravitational force)

स्थिरवैद्युत	गुरुत्वाकर्षण
1. यह वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है	यह भी वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती
2. यह केंद्रीय बल है	यह केंद्रीय भी केंद्रीय बल है
3. यह एक बल संरक्षी बल है	यह भी एक संरक्षी बल है
4. यह न्यूटन के तृतीय गति नियम का पालन करता है	यह भी न्यूटन के तृतीय गति नियम का पालन करता है
5. यह निर्वार्त में क्रियाशील है	यह भी निर्वार्त में क्रियाशील है

❖ बहुल आवेशों के बीच बल: अध्यारोपण का सिद्धांत (force between multiple charge: superposition principle):-

माना कि बिंदु आवेश के निकाय में $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ आवेश है |
 q_1 आवेश पर q_2 के



कारण लगने वाला बल ,

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

q_1 आवेश पर q_3 के कारण लगने वाला बल ,

$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13}$$

q_1 आवेश पर q_n के कारण लगने वाला बल ,

$$\vec{F}_{1n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_n}{r_{1n}^2} \hat{r}_{1n}$$

q_1 आवेश पर परिणामी बल,

अध्यारोपण के सिद्धांत से,

“यदि किसी निकाय में अनेक आवेश हों, तो उनमें से किसी एक आवेश पर बल, अन्य आवेशों के कारण अलग-अलग बलों को सदिश योग होता है, यही बलों के अध्यारोपण का सिद्धान्त कहलाता है।

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13} + \dots$$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_n}{r_{1n}^2} \hat{r}_{1n}$$

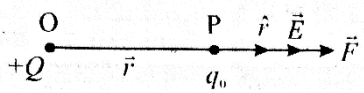
$$\vec{F}_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} + \frac{q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13} + \dots + \frac{q_n}{r_{1n}^2} \hat{r}_{1n} \right]$$

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=2}^n \frac{q_i}{r_{1i}^2} \hat{r}_{1i}$$

विद्युत क्षेत्र (Electric Field):- किसी आवेश या आवेशों के समूह के चारों ओर का वह क्षेत्र जहाँ कोई अन्य आवेश आकर्षण या प्रतिकर्षण बल का अनुभव करता है, विद्युत क्षेत्र कहलाता है।

- विद्युत क्षेत्र की अभिधारना सबसे पहले फैराडे ने दिया था।
- **स्रोत आवेश (Source Charge):-** (Q) वह बिंदु आवेश जो विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है, उसे स्रोत आवेश कहते हैं।
- **परीक्षण आवेश (Test Charge):-** (q_0) वह आवेश जो स्रोत आवेश के प्रभाव का परीक्षण (Test) करता है उसे परीक्षण आवेश कहते हैं।
- परीक्षण आवेश एक अत्यंत छोटा एवं धन बिंदु आवेश होता है।

- परीक्षण आवेश का कोई अपना विद्युत क्षेत्र नहीं होता है।
- परीक्षण आवेश के कारण अन्य आवेश बल का अनुभव नहीं करता है लेकिन परीक्षण आवेश अन्य आवेश के कारण बल का अनुभव करता है।
- परीक्षण आवेश एक काल्पनिक आवेश हैं, वास्तविक नहीं।
- **वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity):-** वैद्युत क्षेत्र में किसी परीक्षण आवेश पर लगने वाला बल तथा परीक्षण आवेश के अनुपात को विद्युत क्षेत्र की तीव्रता कहते हैं।
- विद्युत क्षेत्र की तीव्रता को \vec{E} से सूचित किया जाता है।

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$


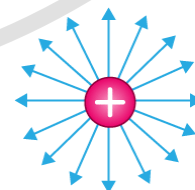
चूँकि परीक्षण आवेश बहुत छोटा धनावेश होता है,

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

- ➔ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एक सदिश राशि है।
- ➔ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता की दिशा उस ओर होती है, जिस तरफ परीक्षण आवेश या एकांक धनावेश होता है।
- ➔ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का S.I मात्रक NC^{-1} या Vm^{-1} होता है।
- ➔ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता विमीय सूत्र $[MLT^{-3}A^{-1}]$ होता है।
- **विद्युत क्षेत्र में किसी आवेश q पर लगने वाला बल**
 $\vec{F} = q\vec{E}$

विद्युत बल = आवेश × विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

- धनावेश के कारण विद्युत क्षेत्र बाहर की ओर त्रिज्यीय होता है।



- ऋणावेश के कारण विद्युत क्षेत्र त्रिज्यीय आवेश या अंदर की ओर होता है।



समरूप या एकसमान विद्युत क्षेत्र (Unifor Electric Field):- वह विद्युत क्षेत्र जिसमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा दिशा का मान प्रत्येक बिंदु पर समान हो उसे समरूप विद्युत क्षेत्र कहते हैं।

असमरूप या असमान विद्युत क्षेत्र (Non Uniform Electric Field):- वह विद्युत क्षेत्र जिसमें विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा दिशा का मान समान नहीं हो उसे असमरूप विद्युत क्षेत्र कहते हैं।

परिवर्ती विद्युत क्षेत्र (Variable Electric Field):- वह विद्युत क्षेत्र जिसके प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान समय के साथ बदलता है, उसे परिवर्ती विद्युत क्षेत्र कहते हैं।

अपरिवर्ती विद्युत क्षेत्र (Constant Electric Field):- वह विद्युत क्षेत्र जिसके प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान समय के साथ नहीं बदलता है, उसे अपरिवर्ती विद्युत क्षेत्र कहते हैं।

बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity due to Point Charge):-

माना कि मूल बिंदु O पर एक $+q$ आवेश स्थित हैं। जिसका परावैद्युतांक K है।

O से r दुरी पर कोई बिंदु P है

जहाँ विद्युत क्षेत्र तीव्रता ज्ञात करनी है, तथा जहाँ परीक्षण आवेश q_0 रखा है।

तब कूलम्ब के नियम से,

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q q_0}{r^2} \quad \text{----- (i)}$$

हम जानते हैं-

$$\therefore E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q q_0}{r^2} \cdot \frac{1}{q_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 k} \frac{q}{r^2}$$

यदि माध्यम निवार्त या वायु हो तो,

$$K = 1$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad \text{----- (ii)}$$

सदिश रूप में,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

जहाँ \hat{r} एकांक सदिश है जिसकी दिशा स्रोत आवेश q से परीक्षण आवेश q_0 की ओर होगी।

➤ समी (ii) से यह स्पष्ट है की E का q_0 पर निर्भर नहीं करता है, बल्कि स्रोत आवेश q पर निर्भर करता है।

समी (ii) से यह स्पष्ट है कि

$$E \propto \frac{1}{r^2}$$

E और r के बीच का ग्राफ

r का मान बढ़ने पर E का

मान घटता है।

अतः बिंदु आवेश द्वारा असमान वैद्युत क्षेत्र है।

यदि $r \rightarrow 0$ तो $E \rightarrow \infty$

❖ आवेशों के निकाय के कारण विद्युत क्षेत्र: विद्युत क्षेत्र के अध्यारोपण का सिद्धांत (Electric Field due to a System of Charges: Principle of Superposition of electric field)

माना कि मूल बिंदु O के

सापेक्ष $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$

बिंदु आवेश है, जिसका स्थिति

सदिश क्रमशः $\vec{r}_1, \vec{r}_2,$

$\vec{r}_3, \dots, \vec{r}_n$ है, माना बिंदु P पर

एक परीक्षण आवेश q_0 है।

जिसका स्थिति सदिश \vec{r} है,

जहाँ वैद्युत क्षेत्र ज्ञात करनी है।

बिंदु P पर q_1 आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1P}^2} \hat{r}_{1P}$$

जहाँ \hat{r}_{1P} आवेश q_1 से P की दिशा में एकांक सदिश है।

तथा r_{1P}, q_1 आवेश तथा P के बीच की दुरी है।

बिंदु P पर q_2 आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र,

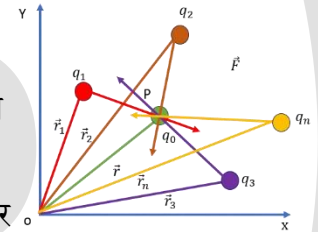
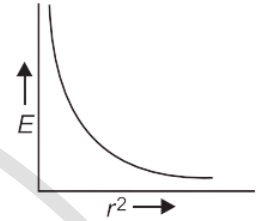
$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{2P}^2} \hat{r}_{2P}$$

जहाँ \hat{r}_{2P} आवेश q_2 से P की दिशा में एकांक सदिश है।

तथा r_{2P}, q_2 आवेश और P के बीच की दुरी है।

बिंदु P पर q_3 आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र,

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_{3P}^2} \hat{r}_{3P}$$



जहाँ \hat{r}_{3P} आवेश q_3 से p की दिशा में एकांक सदिश है |
तथा r_{2P}, q_3 आवेश और p के बीच की दुरी है |
बिंदु p पर q_n आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र,

$$\vec{E}_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{r_{nP}^2} \hat{r}_{nP}$$

जहाँ \hat{r}_{nP} आवेश q_n से p की दिशा में एकांक सदिश है |
तथा r_{nP}, q_n आवेश और p के बीच की दुरी है |
बिंदु p पर कुल वैद्युत क्षेत्र,

अध्यारोपण के सिद्धांत से,

किसी बिंदु पर आवेशों के समूह के कारण p कुल वैद्युत क्षेत्र उस बिंदु पर प्रत्येक आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र के सदिश योग के बराबर होता है |

$$\therefore \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{1P}^2} \hat{r}_{1P} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{2P}^2} \hat{r}_{2P} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_{3P}^2} \hat{r}_{3P} + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_n}{r_{nP}^2} \hat{r}_{nP}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_{1P}^2} \hat{r}_{1P} + \frac{q_2}{r_{2P}^2} \hat{r}_{2P} + \frac{q_3}{r_{3P}^2} \hat{r}_{3P} + \dots + \frac{q_n}{r_{nP}^2} \hat{r}_{nP} \right]$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_{iP}^2} \hat{r}_{iP}$$

विद्युत क्षेत्र रेखाएँ या बल रेखाएँ (Electric field lines or Force Line):-

विद्युत क्षेत्र में खिंचा गया वह काल्पनिक सरल या निष्कोण वक्र रेखा, जिसपर पृथक्कृत एकांक धनावेश गति करता है, उसे विद्युत क्षेत्र रेखा कहते हैं |

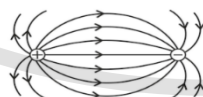
या, विद्युत क्षेत्र में रखा एकांक धनावेश जिस पथ पर गति करता है, उस पथ को विद्युत क्षेत्र रेखा कहते हैं |

► विद्युत क्षेत्र के चित्रीय निरूपण विद्युत क्षेत्र रेखा हैं |

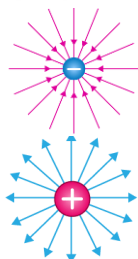
❖ **विद्युत बल रेखाएँ या क्षेत्र रेखा का गुण**

(properties of electric field lines)

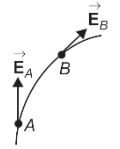
(i) विद्युत बल रेखा धनावेश से प्रारंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त हो जाती है |



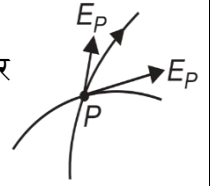
(ii) एकल धनावेश के कारण उत्पन्न बल रेखाएँ अनंत पर समाप्त होती है, जबकि एकल ऋणावेश के कारण बल रेखा अनन्त से प्रारंभ होकर ऋणावेश पर समाप्त होती है |



(iii) विद्युत बल रेखा के किसी भी बिंदु पर खिंची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करता है |



(iv) दो विद्युत बल रेखाओं एक दुसरे को कभी नहीं काटती है क्योंकि कटान बिंदु पर दो स्पर्श रेखाएँ खिंची जा सकती है जो उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दो दिशा प्रदर्शित करेगी जो असंभव है |



(v) एक समान विद्युत क्षेत्र में बल रेखाएँ समांतर तथा समान दुरी पर होती है |

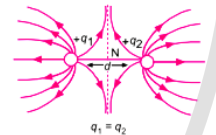
(vi) विद्युत बल रेखाएँ खिंची हुई डोरी के तरह लम्बाई में सिकुड़ने का प्रयत्न करती है | यही कारण है की विपरीत प्रकृति के आवेश एक दुसरे को आकर्षित करता है |

(vii) विद्युत बल रेखाएँ अपनी लम्बाई की लम्बवत दिशा में एक दुसरे से दूर हटाने का प्रयास करती है | यही कारण है की समान प्रकृति के आवेश एक दुसरे को प्रतिकर्षित करता है |

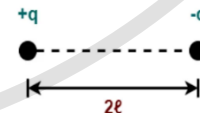
(viii) विद्युत बल रेखाएँ बंद वक्र का निर्माण नहीं करती है | क्योंकि ये रेखाएँ धनात्मक से उत्पन्न होती हैं, और ऋणावेश, पर समाप्त हो जाती है |

➔ **उदासीन बिंदु (Neutral Point):-**

विद्युत क्षेत्र का उदासीन बिंदु वह बिंदु है जहाँ परिणामी विद्युत क्षेत्र शून्य होता है |



❖ **विद्युत द्विध्रुव (ELECTRIC DIPOLE):-** अल्प दुरी पर समान परिमाण और विपरीत आवेशों के युग्म को वैद्युत द्विध्रुव कहते हैं | या, जब दो बराबर लेकिन विपरीत प्रकार के बिंदु आवेश एक दुसरे से अल्प दुरी पर स्थित हो तो उस निकाय को वैद्युत द्विध्रुव कहते हैं |



जैसे:- अमोनिया (NH_3), जल (H_2O), हाइड्रोक्लोरिक अम्ल (HCl), मेथेन (CH_4), कार्बन डाईऑक्साइड (CO_2), साधारण नमक (NaCl)

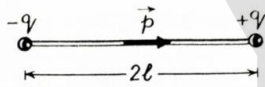
महत्वपूर्ण बिंदु:-

(i) वैद्युत द्विध्रुव में दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा को द्विध्रुव की अक्ष रेखा कहते है |

- (ii) वैद्युत द्विध्रुव के मध्य बिंदु से लंबवत गुजरने वाली रेखा को निरक्ष रेखा कहते हैं।
- (iii) द्विध्रुव के दोनों आवेशों बीच की दूरी को द्विध्रुव की लम्बाई कहलाती है। द्विध्रुव की लम्बाई $2l$ होती है।
- (iv) द्विध्रुव का कुल आवेश शून्य होता है लेकिन वैद्युत क्षेत्र शून्य नहीं होता है।
- (v) प्रत्येक वैद्युत द्विध्रुव में द्विध्रुव आघूर्ण होता है।

❖ वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण (Electric dipole moment)

Moment):- वैद्युत द्विध्रुव किसी एक आवेश का परिमाण तथा दोनों आवेशों के बीच की दूरी के गुणनफल को वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं।



→ वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण को p से सूचित किया जाता है।

$$P = q \times 2l$$

→ वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण एक सदिश राशि है जिसकी दिशा अक्ष के अनुदिश ऋण आवेश से धन आवेश की ओर होती है।

सदिश रूप में

$$\vec{p} = q \times 2\vec{l}$$

→ वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का S.I मात्रक C.m (कूलम्ब .मीटर) होता है।

→ वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का विमीय सूत्र [LTA] या, [M⁰LTA] होता है।

→ वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का एक अन्य मात्रक डिबई (Debye) है।

$$1 \text{ डिबई (D)} = 3.3 \times 10^{-30} \text{ C.m}$$

$$\text{या, } 1 \text{ डिबई (D)} = \frac{1}{3} \times 10^{-29} \text{ C.m}$$

→ वैद्युत द्विध्रुव के कारण वैद्युत क्षेत्र

➤ वैद्युत द्विध्रुव के कारण दो स्थितियों में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात की जा सकती है।

(i) अक्षीय या अनुदैर्घ्य स्थिति (axial End-on-Position)

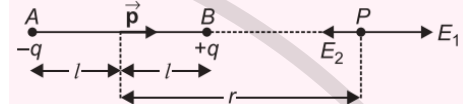
(ii) निरक्षीय (विषुवतीय) या अनुप्रस्थ स्थिति (Equatorial Broad-Side-on-Position)

(i) अक्षीय या अनुदैर्घ्य स्थिति में विद्युत क्षेत्र तीव्रता

(Electric Field Intensity in Axial or end on Position)

माना की AB को द्विध्रुव है, जिसके केंद्र O से r दूरी पर बिंदु P है जहाँ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना है।

यदि E_1 तथा E_2 $+q$ और $-q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण हो तो,



बिंदु P पर $+q$ आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$\therefore E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r-l)^2} \quad (\overline{BP} \text{ के अनुदिश, } P \text{ से दूर})$$

इसी प्रकार P पर $-q$ आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r+l)^2} \quad (\overline{PA} \text{ के अनुदिश, } A \text{ के दिशा में})$$

$\therefore E_1$ तथा E_2 एक ही रेखा के अनुरूप तथा एक दुसरे के विपरीत है, इसीलिए बिंदु P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र की तीव्रता उनके अंतर के बराबर होगी, अर्थात्

\therefore परिणामी विद्युत क्षेत्र

$$E = E_1 - E_2 \quad (\because E_1 > E_2)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r-l)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r+l)^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2} \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{(r+l)^2 - (r-l)^2}{(r-l)^2(r+l)^2} \right)$$

$$\therefore 4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4rl}{(r-l)^2(r+l)^2} \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4rl}{(r^2 - l^2)^2} \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2l \cdot 2r}{(r^2 - l^2)^2} \right)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{P \cdot 2r}{(r^2 - l^2)^2} \right)$$

$$\begin{aligned} E^2 &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 180^\circ \\ E^2 &= E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \\ E^2 &= (E_1 - E_2)^2 \\ E &= E_1 - E_2 \quad (\because E_1 > E_2) \end{aligned}$$

यदि द्विध्रुव बहुत छोटा हो तो,
 $r \gg l$

$$\therefore l \approx 0$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{P \cdot 2r}{(r^2)^2} \right)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{P \cdot 2r}{r^4} \right)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2P}{r^3} \right)$$

इस प्रकार द्विध्रुव के किसी भी अक्षीय बिंदु पर विद्युत क्षेत्र द्विध्रुव अक्ष के अनुदिश ऋणात्मक से धनात्मक आवेश की ओर कार्य करता है।

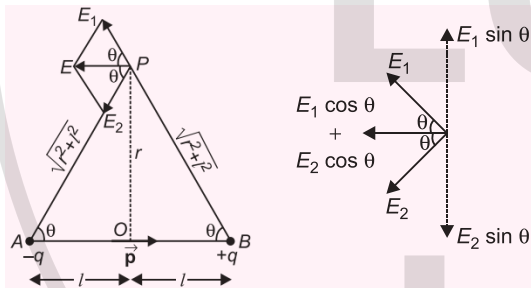
सदिश रूप में,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{P}}{r^3}$$

(ii) निरक्षीय(विषुवतीय) या अनुप्रस्थ स्थिति

(Equatorial Broad-Side-on-Position)

माना कि AB कोई रक वैद्युत द्विध्रुव है जिसके दो आवेश $-q$ तथा $+q$, $2l$ दुरी पर है, जो निर्वारत में रखा है। द्विध्रुव के मध्य बिंदु O से r दुरी पर विषुवत में स्थित बिंदु p है, जहाँ वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करना है।



यदि E_1 तथा E_2 $+q$ और $-q$ के कारण P पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण हो तो,

बिंदु p पर $+q$ आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(\sqrt{r^2 + l^2})^2}$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2} \quad (BP \text{ के अनुदिश})$$

बिंदु p पर $-q$ आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(\sqrt{r^2 + l^2})^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2} \quad (PA \text{ के अनुदिश})$$

E_1 तथा E_2 का परिमाण बराबर है।

$$\therefore E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2}$$

➤ E_1 तथा E_2 के द्विध्रुव (AB) के लम्बवत घटक $E_1 \sin \theta$ तथा $E_2 \sin \theta$ परिमाण में बराबर तथा दिशा में विपरीत है जो एक दुसरे को निरस्त कर देगा।

➤ द्विध्रुव AB के समांतर घटक $E_1 \cos \theta$ तथा $E_2 \cos \theta$ एक ही दिशा में है जो परस्पर जुड़ जाते हैं।

बिंदु p पर परिणामी वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = E_1 \cos \theta + E_2 \cos \theta$$

$$E = 2E_1 \cos \theta \quad (\because E_1 = E_2)$$

$$E = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2} \cdot \cos \theta$$

$$\text{लेकिन } \cos \theta = \frac{AO}{AP} = \frac{l}{\sqrt{r^2 + l^2}}$$

$$E = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2} \frac{l}{\sqrt{r^2 + l^2}}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{(r^2 + l^2)^{3/2}}$$

यदि $r \gg l$

$$l \approx 0$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P}{r^3}$$

स्पष्ट है कि विषुवतीय स्थिति में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता वैद्युत द्विध्रुव की दिशा के प्रति समांतर होता है।

सदिश रूप में,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-\vec{P}}{r^3}$$

स्पष्ट है,

अक्ष के लिये

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2P}{r^3}$$

विषुवतीय के लिए

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P}{r^3}$$

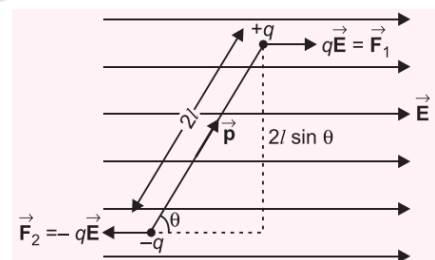
$$E_{\text{अक्षीय}} = 2E_{\text{विषुवतीय}}$$

नोट:- बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र $E \propto \frac{1}{r^2}$ जबकि द्विध्रुव के विद्युत क्षेत्र $E \propto \frac{1}{r^3}$ होता है।

एक समान बाह्य क्षेत्र में द्विध्रुव (Dipole in

External Field):- माना की AB कोई द्विध्रुव है, जो

एक समान वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता \vec{E} में θ कोण बनाए हुए रखा है।



वैद्युत क्षेत्र के कारण द्विध्रुव के आवेश $+q$ पर बल \vec{F}_1

$$\vec{F}_1 = q\vec{E} \quad (\text{वैद्युत क्षेत्र की दिशा में})$$

वैद्युत क्षेत्र के कारण द्विध्रुव के $-q$ पर बल

$$\vec{F}_2 = -q\vec{E} \quad (\text{वैद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में})$$

द्विध्रुव पर कार्यरत नेट बल

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + (-q\vec{E}) = 0$$

अतः एक समान वैद्युत क्षेत्र में रखे द्विध्रुव पर कार्यरत नेट

बल शून्य है। द्विध्रुव पर कार्यरत बल \vec{F}_1 तथा \vec{F}_2 परिमाण

में बराबर तथा दिशा में विपरीत है जो एक बल युग्म का

निर्माण करता है जो द्विध्रुव को वैद्युत क्षेत्र \vec{E} की दिशा

घुमाने का प्रयास करता है। जिसे परत्यानयन बल

(Restoring Force) का आघूर्ण कहते हैं।

बल आघूर्ण को τ (टो) से सूचित किया जाता है।

बल आघूर्ण (τ) = किसी एक बल का परिमाण \times दोनों बलों

के बीच की लंबवत दूरी

$$\tau = qE \times AC$$

$$\tau = qE \times 2l \sin\theta$$

$$\tau = q \cdot 2l E \sin\theta$$

$$\tau = PE \sin\theta \quad \text{----- (i)}$$

सदिश रूप में,

$$\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$$

समकोण त्रिभुज ABC में

$$\sin\theta = \frac{P}{h}$$

$$\sin\theta = \frac{AC}{2l}$$

$$AC = 2l \sin\theta$$

Special Case

(i) यदि

$$\theta = 0^\circ \quad (\text{समांतर})$$

तब

$$\tau = PE \sin 0^\circ$$

$\tau = 0$ (यह वैद्युत द्विध्रुव की स्थायी साम्यवस्था की स्थिति कहलाती है।)

या,

$$\theta = 180^\circ \quad (\text{प्रति समांतर})$$

$$\tau = PE \sin 180^\circ$$

$\tau = 0$ (यह वैद्युत द्विध्रुव की अस्थायी साम्यवस्था की स्थिति कहलाती है।)

अतः जब वैद्युत द्विध्रुव क्षेत्र के समांतर या प्रतिसमांतर हो तो द्विध्रुव साम्य स्थिति (Equilibrium) होता है।

(ii) यदि $\theta = 90^\circ$ (लंबवत)

$$\therefore \tau = PE \sin 90^\circ$$

$$\tau = PE \quad (\text{अधिकतम}) \quad \text{----- (ii)}$$

यदि वैद्युत द्विध्रुव वैद्युत क्षेत्र के लंबवत हो तो बल आघूर्ण अधिकतम होगा।

समी (ii) से,

$$\tau_{\max} = PE \theta$$

$$P = \frac{\tau_{\text{अधिक}}}{E}$$

यदि $E = 1 \text{ NC}^{-1}$ हो

$$P = \tau_m$$

अतः किसी वैद्युत द्विध्रुव का द्विध्रुव का आघूर्ण परिमाण में उस बल आघूर्ण के बराबर है जो उस द्विध्रुव को 1 NC^{-1} तीव्रता के एक समान वैद्युत क्षेत्र, क्षेत्र की दिशा के लंबवत रखने पर द्विध्रुव पर लगता है।

संतत आवेश वितरण (Continuous Charge Distribution):- किसी पिंड पर जब आवेश समान रूप से फैला रहता है, तो उसे संतत आवेश वितरण कहते हैं।

संतत आवेश वितरण तीन प्रकार का हो सकता है।

(i) लंबाई पर (एक-विमीय One Dimensional)

(ii) पृष्ठ पर (द्वि-विमीय Two Dimensional)

(iii) आयतन पर (त्रि-विमीय Three Dimensional)

► संतत आवेश वितरण के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता के व्यंजक को आवेश घनत्व के पदों में व्यक्त किया जाता है।

► आवेश घनत्व तीन प्रकार के होते हैं:-

(i) रैखिक आवेश घनत्व (Linear Charge Density)

(ii) पृष्ठ आवेश घनत्व (Surface Charge Density)

(iii) आयतन आवेश घनत्व (Volume Charge Density)

(i) रैखिक आवेश घनत्व:- जब आवेश (q) किस लंबाई (l) पर एक समान रूप से आवेश वितरित हो तो, उसके प्रति एकांक लंबाई पर उपस्थित आवेश को रैखिक आवेश घनत्व कहते हैं।



रैखिक आवेश घनत्व को λ से सूचित किया जाता है।

$$\text{रैखिक आवेश घनत्व } (\lambda) = \frac{\text{आवेश } (q)}{\text{लंबाई } (l)}$$

यदि अल्पांश लंबाई dl हो तो $\lambda = \frac{dq}{dl}$

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \text{या} \quad dq = \lambda dl$$

➤ रैखिक आवेश घनत्व का S.I मात्रक Cm^{-1} होता है।

➤ रैखिक आवेश घनत्व का विमीय सूत्र

$$[M^0 L^{-1} AT]$$
 होता है ।

➤ रैखिक आवेश घनत्व एक अदिश राशि है ।

(ii) पृष्ठीय आवेश घनत्व:- जब आवेश (q) किसी पृष्ठ के क्षेत्रफल (A या S) पर एक समान रूप से विपरीत हो तो



पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर उपस्थित आवेश को पृष्ठीय आवेश घनत्व कहते हैं ।

पृष्ठीय आवेश घनत्व को σ से सूचित किया जाता है।

$$\text{पृष्ठीय आवेश घनत्व } (\sigma) = \frac{\text{पृष्ठ पर आवेश } (q)}{\text{पृष्ठ का क्षेत्रफल } (A)}$$

$$(\sigma) = \frac{q}{A}$$

यदि अल्पांश क्षेत्रफल ds हो तो

$$(\sigma) = \frac{dq}{ds} \quad \text{या} \quad dq = \sigma ds / dA$$

➤ पृष्ठीय आवेश घनत्व का S.I मात्रक Cm^{-2} होता है।

➤ पृष्ठीय आवेश का विमीय सूत्र $[M^0 L^{-2} AT]$ होता है।

➤ पृष्ठीय आवेश घनत्व एक अदिश राशि है ।

(iii) आयतन आवेश घनत्व:- जब कोई आवेश q किसी आयतन V में एक समान रूप से वितरित हो तो एकांक आयतन में उपस्थित आवेश को आयतन आवेश घनत्व कहते हैं ।



➤ आयतन आवेश घनत्व को ρ (Rho) से सूचित किया जाता है।

$$\text{आयतन आवेश घनत्व } (\rho) = \frac{\text{आवेश } (q)}{\text{आयतन } (v)}$$

$$(\rho) = \frac{q}{v}$$

यदि अल्पांश आयतन हो तो

$$(\rho) = \frac{dq}{dv} \quad \text{या} \quad dq = \rho dv$$

➤ आयतन आवेश घनत्व का S.I मात्रक

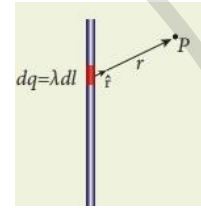
$$\text{Cm}^{-3} \text{ होता है ।}$$

➤ आयतन आवेश घनत्व का विमीय सूत्र $[M^0 L^{-3} AT]$ होता है ।

➤ आयतन आवेश घनत्व एक अदिश राशि है ।

❖ संतत आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity Due to Continuous Distribution of Charge)

(i) रेखीय आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity due to Linear Charge Distribution):- माना की l के एक सीधे तार AB हैं, जिसपर q आवेश एक समान रूप से वितरित है,



तार के dl अल्पांश से r दुरी पर बिंदु p पर q_0 आवेश स्थित है, जिसपर लगने वाला बल

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \times q_0}{r^2} \hat{r}$$

सम्पूर्ण तार के आवेश के कारण q_0 पर बल,

$$\vec{F} = \int d\vec{F}$$

$$\vec{F} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq q_0}{r^2} \hat{r}$$

लेकिन रैखिक आवेश घनत्व

$$dq = \lambda dl$$

$$\therefore \vec{F} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl q_0}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \int \lambda dl \hat{r}$$

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dl}{r^2} \hat{r}$$

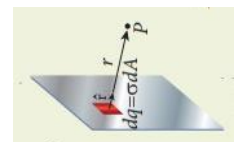
$$\therefore \text{विद्युत क्षेत्र } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\text{सभी } dl} \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{r}$$

(ii) पृष्ठीय आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity Due to Surface Charge Distribution):- माना की A

पृष्ठ है, जिसपर q आवेश एक समान रूप से वितरित है।



पृष्ठ के ds अल्पांश से r दुरी पर कोई बिंदु P है, जिसपर q_0 परीक्षण आवेश स्थित है,

जिसपर da अल्पांश के

आवेश लगने वाला बल,

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \times q_0}{r^2} \hat{r}$$

सम्पूर्ण पृष्ठ के आवेश के कारण q_0 पर लगने वाला बल

$$\vec{F} = \int d\vec{F}$$

$$\vec{F} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \times q_0}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

लेकिन आवेश के पृष्ठीय घनत्व से,

$$\sigma \frac{dq}{ds}, dq = \sigma dA$$

$$\therefore \vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma ds}{r^2} \hat{r}$$

लेकिन विद्युत क्षेत्र,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma ds}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma ds}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{या, } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\text{सभी } dA} \frac{\sigma ds}{r^2} \hat{r}$$

(iii) आयतन आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric Field Intensity Due

Volume Charge Distribution):- माना की v

आयतन का एक वस्तु हैं जिसपर q आवेश वितरित है।

आयतन के dv अल्पांश से r दुरी पर एक बिंदु P हैं,

जिसपर परीक्षण आवेश q_0 है।

dv अल्पांश के आवेश के कारण

लगने वाला बल

$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \times q_0}{r^2} \hat{r}$$

सम्पूर्ण आयतन के आवेश के कारण q_0 पर लगने वाल

बल

$$\vec{F} = \int d\vec{F}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \times q_0}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{d \cdot q}{r^2} \hat{r}$$

लेकिन आयतन आवेश घनत्व से,

$$\rho = \frac{dq}{dv}, dq = \rho dv$$

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho dv}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{विद्युत क्षेत्र की तीव्रता } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho dv}{r^2} \hat{r}$$

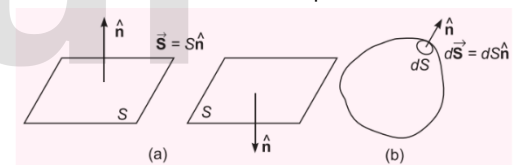
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dv}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{या, } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\text{सभी } dV} \frac{\rho dv}{r^2} \hat{r}$$

❖ क्षेत्रफल सदिश (Area Vector):- क्षेत्रफल सदिश

एक ऐसी सदिश है, जिसकी परिमाण सतह के

क्षेत्रफल के बराबर होता है, जबकि दिशा डाले गए लम्ब की दिशा में होता है।



यदि किसी पृष्ठ का क्षेत्रफल अल्पांश ds तथा पृष्ठ की लम्बवत दिशा में एकांक सदिश \hat{n} हो तो

$$d\vec{S} = ds \hat{n}$$

नोट:- एक बंद सतह के लिए, क्षेत्रफल सदिश की दिशा हमेशा बाहरी दिशा में प्रत्येक क्षेत्र अल्पांश (जो समतल है) के लम्बवत ली जाती है।

वैद्युत फ्लक्स (Electric flux)

किसी वैद्युत क्षेत्र में रखे किसी पृष्ठ से लम्बवत

गुजरनेवाली वैद्युत बल रेखाओं की संख्या को वैद्युत

फ्लक्स कहते हैं

➤ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता \vec{E}

तथा क्षेत्रफल सदिश $d\vec{S}$ के

अदिश गुणनफल को विद्युत

फ्लक्स कहते हैं।

❖ विद्युत फ्लक्स को ϕ_E से सूचित किया जाता है।

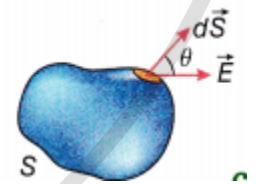
$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\text{या } d\phi_E = E ds \cos\theta$$

संपूर्ण पृष्ठ से होकर गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int d\phi_E$$

$$\phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



$$\phi_E = \int E ds \cos \theta$$

इस प्रकार वैद्युत क्षेत्र में किसी पृष्ठ से बद्ध वैद्युत फ्लक्स उस पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र के पृष्ठ समाकलन के बराबर होता है।

❖ वैद्युत फ्लक्स एक अदिश राशि है। क्योंकि यह दो सदिश राशियों के अदिश गुणनफल के बराबर होता है।

❖ वैद्युत फ्लक्स का मात्रक

वैद्युत फ्लक्स का S.I मात्रक

= E का S.I मात्रक \times S का S.I मात्रक

❖ $NC^{-1} \times m^2$

➤ वैद्युत फ्लक्स का S.I मात्रक Nm^2C^{-1} होता है।

या अन्य मात्रक

E का S.I मात्रक Vm^{-1} मी० होता है।

$$\phi_E = Vm^{-1} \times m^2$$

$$\phi_E = Vm \text{ (वोल्ट मीटर)}$$

➤ वैद्युत फ्लक्स का एक अन्य मात्रक Vm (वोल्ट मीटर) है।

विमीय सूत्र - $\phi = MLT^{-3}A^{-1} \times L^2$

$$[\phi = ML^3T^{-3}A^{-1}]$$

➤ वैद्युत फ्लक्स का विमीय सूत्र $ML^3T^{-3}A^{-1}$ है।

वैद्युत फ्लक्स के प्रकार

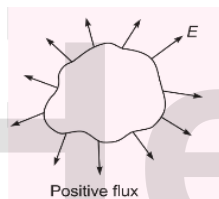
(i) धनात्मक वैद्युत फ्लक्स (Positive electric

Flux) :- जब वैद्युत बल रेखाएँ पृष्ठ से बाहर निकली हो, तो उसे धनात्मक वैद्युत फ्लक्स कहते हैं।

∴ \vec{E} तथा $d\vec{s}$ एक ही दिशा में है $\theta = 0^\circ$

$$\therefore \phi = E ds \cos \theta^0$$

$$\phi = E ds \text{ धनात्मक}$$



(ii) ऋणात्मक वैद्युत फ्लक्स (Negative electric

Flux) - जब वैद्युत बल रेखाएँ पृष्ठ के अन्दर प्रवेशी करती हैं, तो उसे ऋणात्मक वैद्युत फ्लक्स कहते हैं।

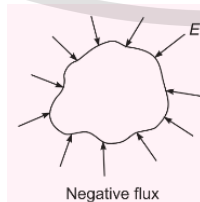
चूँकि \vec{E} तथा $d\vec{s}$ एक दूसरे के विपरीत है।

$$\theta = 180^\circ$$

$$\phi = E ds \cos 180^\circ$$

$$\phi = E ds \cos (-1)$$

$$\phi = -E ds \text{ ऋणात्मक है।}$$



➤ **विशेष स्थिति Special Case**

(a) यदि \vec{E} पृष्ठ के समांतर हो तो $\theta = 90^\circ$

$$\phi_E = E ds \cos 90^\circ$$

$$\phi_E = 0$$

अतः जब वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के समांतर तो वैद्युत क्षेत्र, वैद्युत फ्लक्स उत्पन्न नहीं करता है।

(b) यदि \vec{E} पृष्ठ के लम्बवत हो तो

$$\theta = 0^\circ$$

$$\phi_E = E ds \cos \theta^0$$

$$\phi_E = E ds \times 1$$

$$\phi_E = E ds \text{ (अधिकतम)}$$

अतः किसी पृष्ठ से लम्बवत गुजरने वाला वैद्युत क्षेत्र, अधिकतम वैद्युत फ्लक्स उत्पन्न करता है।

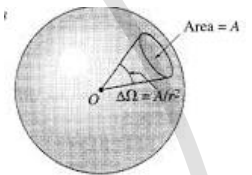
❖ **घन कोण (Solid Angle):-**

किसी गोलीय पृष्ठ का क्षेत्रफल

गोले के केंद्र पर जो कोण

आन्तरिक करता है उसे घन

कोण कहते हैं।



❖ घन कोण को $d\omega$ से सूचित किया जाता है।

यदि क्षेत्रफल सदिश $d\vec{s}$ हो तो $(d\omega = \frac{ds \cos \theta}{r^2})$

$$d\omega = \frac{ds}{r^2}$$

ds गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$ds = 4\pi r^2$$

$$\therefore d\omega = \frac{4\pi r^2}{r^2}$$

$$d\omega = 4\pi$$

घन कोण का मात्रक स्टेरेडियन (Sr) होता है।

❖ गाउस का नियम या प्रमेय (Gauss Law or Theorem)

गाउस के नियम के अनुसार

निर्वात में किसी बंद पृष्ठ से गुजरने वाला नेट वैद्युत

फ्लक्स (ϕ_E), पृष्ठ के भीतर उपस्थित आवेश (q) का $\frac{1}{\epsilon_0}$ गुणा होता है।

गणितीय रूप में,

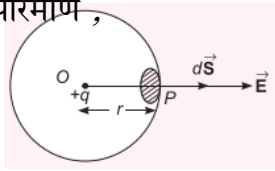
$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\text{या, } \phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

गाउस नियम का सत्यापन (Proof of Gauss Law)

Law) - माना कि गाउसीय पृष्ठ S में बिंदु O पर $+q$

आवेश स्थित है, O से r दूरी पर बिंदु P है जहाँ विद्युत् की तीव्रता, का परिमाण,



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (\text{O से P की ओर})$$

क्षेत्रफल अवयव ds से निर्गत वैद्युत फ्लक्स,

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$d\phi_E = Ed \cos\theta$$

समीकरण (i) से E का मान रखने पर,

$$d\phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} d \cos\theta$$

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos\theta}{r^2}$$

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\omega$$

सम्पूर्ण पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \oint d\phi_E$$

$$\phi_E = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\omega$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\omega$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi$$

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

गौस के नियम का महत्वपूर्ण बिंदु:-

(i) गौस नियम किसी भी आकृति एवं आकार के बंद पृष्ठ के लिए सत्य है।

(ii) गौस नियम की सहायता से आवेशों के निकाय या आवेशित पिंडों के कारण वैद्युत क्षेत्र की गणना की जा सकती है।

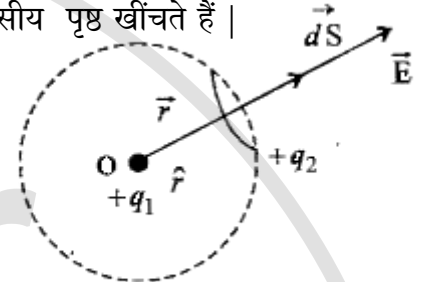
(iii) गौस नियम उन्ही सदिश क्षेत्रों के लिए मानी है जो, विद्युत क्षेत्र के वर्ग व्युत्क्रम नियम का पालन करता है।

(iv) गौस नियम विद्युत क्षेत्र तथा चुम्बकीय दोनों पर लागू होता है।

(v) गौस नियम का उपयोग करके कूलम्ब नियम को प्राप्त किया जा सकता है।

❖ गौस की नियम से कुलाम का नियम निगमन (Deduction of Coulomb's law from Gauss law)

माना की एक विलगित बिंदु आवेश +q निर्वात में बिंदु O पर स्थित है। बिंदु O को केंद्र मानकर r त्रिज्या का काल्पनिक गोलीय गॉसीय पृष्ठ खींचते हैं।



माना की पृष्ठ का क्षेत्रफल अल्पांश dS है,

dS क्षेत्रफल अल्पांश तथा E के बीच का कोण शून्य होगा। $\theta = 0^\circ$

क्षेत्रफल अल्पांश से गुजरनेवाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$d\phi_E = Ed \cos\theta$$

$$d\phi_E = Eds$$

सम्पूर्ण गैसियन पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \oint d\phi_E$$

$$\phi_E = \oint Eds$$

$$\phi_E = E \oint ds$$

$$\phi_E = E \times 4\pi r^2$$

लेकिन गौस के नियम

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{----- (i)}$$

∴ विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता के कारण q_2 पर लगने वाला बल,

$$F = q_2 E$$

$$F = q_2 \times \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

➤ इस प्रकार कूलम्ब का नियम गॉस के नियम का तुल्य है।

❖ कूलम्ब नियम से गॉस नियम का निगमन

हम जानते हैं की बिंदु आवेश के

करण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore 4\pi r^2 = \oint ds$$

$$\therefore E \times \oint ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \text{ (proved)}$$

❖ गौस के नियम का अनुप्रयोग (Application of

Gouss's law):- गौस के नियम के उपयोग

किसी दिए गए आवेश वितरण के कारण किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र तीव्रता ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है।

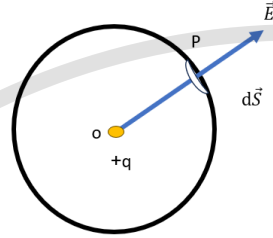
(i) किसी अनन्त लम्बाई के एक समान रूप से आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता (Electric field intensity due to a uniformly charged straight wire of infinite length)

(ii) एक समान आवेशित अनंत समतल चादर के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric field intensity due to a uniformly charged infinite plane sheet)

(iii) एक समान आवेशित पतले गोलीय खोल या कोश के कारण विद्युत क्षेत्र तीव्रता (Electric field

Intensity due to uniformly charged thin spherical shell (hollow sphere)

(i) किसी अनन्त लम्बाई के एक समान रूप से आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता



माना कि अनन्त लम्बाई के बहुत पतले तथा सीधे तार है जिसका एकसमान (uniform) λ है। तार से r दूरी पर बिंदु P है, जहाँ विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करने के लिए आवेशित तार के चरों ओर r त्रिज्या और l लम्बाई के बेलनाकार गौसीय पृष्ठ का निर्माण करते हैं।

गौसीय नियम से,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

चूँकि बेलनाकार गौसीय पृष्ठ

तीन भागों में विभक्त है।

तब सभी भागों का कूल विद्युत

फ्लक्स,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_i \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint_{ii} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint_{iii} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_i Ed \cos \theta + \oint_{ii} Ed \cos \theta + \oint_{iii} Ed \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{iii} Ed \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

लेकिन भाग-i तथा ii में E तथा dS के लिए $\theta = 90^\circ$

तथा भाग iii में $\theta = 0^\circ$

$$\therefore \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 + 0 + \oint_{iii} Ed \cos 0^\circ = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_{iii} EdS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{iii} EdS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint_{iii} dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{iii} dS = \text{बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi r l$$

$$\text{तथा } q = \lambda l$$

$$\therefore E \times 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

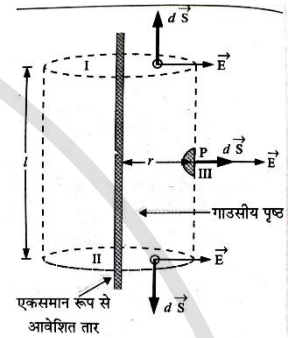
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$E \propto \frac{1}{r}$$

सदिश रूप में,

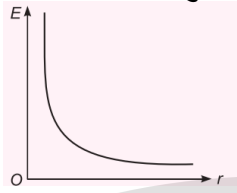
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$$

जहाँ \hat{r} तार के लम्बवत तल में एकांक सदिश है।



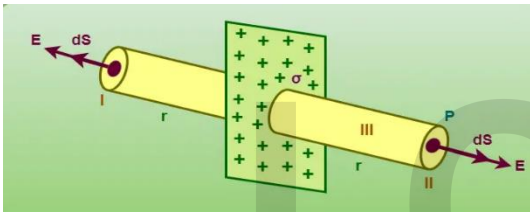
ग्राफ, स्पष्टतः, अनंत रेखा आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता रेखीय आवेश से अवलोकन बिंदु की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

$$\text{अर्थात } \therefore E \propto \frac{1}{r}$$



(ii) एक समान आवेशित अनंत समतल चादर के कारण विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता

माना आवेश की अनंत समतल चादर जिस पर एक समान आवेश $+q$ है जिस पर पृष्ठ घनत्व (सिग्मा) σ तथा क्षेत्रफल S समतल चादर के बिंदु O से r दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है इसके लिए बिंदु O से उतनी ही दूरी पर अन्य बिंदु p' जिस से होकर एक लम्बवृत्तीय बेलन गुजरता है



गाउसीय नियम से,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

गाउसीय पृष्ठ तीन भागों में विभक्त है | तब सभी भागों का कूल विद्युत् फ्लक्स,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_I \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint_{II} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \oint_{III} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_I E dS \cos \theta + \oint_{II} E dS \cos \theta + \oint_{III} E dS \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

लेकिन भाग-तथा iii में E तथा dS के लिए $\theta = 90^\circ$

तथा भाग i एवं ii में $\theta = 0^\circ$

$$\therefore \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_I E dS \cos 0^\circ +$$

$$\oint_{II} E dS \cos 0^\circ + \oint_{III} E dS \cos 90^\circ = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_I E dS + \oint_{II} E dS + \oint_{III} 0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = ES + ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$ES + ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$2ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\text{लेकिन } q = \sigma S$$

$$\therefore 2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

सदिश रूप में,

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{r}$$

जहाँ \hat{r} तल के लम्बवत् एवं बाहर की दिशा में एकांक सदिश हैं।

➤ आवेश की अनंत लम्बाई की चदर के कारण विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता पर निर्भर नहीं करता है।

➤ यह पृष्ठ के आवेश घनत्व पर निर्भर करती हैं

(iii) एक समान आवेशित पतले गोलीय खोल या कोश के कारण विद्युत् क्षेत्र तीव्रता (Electric field Intensity due to uniformly charged thin spherical shell (hollow sphere))

(i) खोल के बाहर विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता

माना की R त्रिज्या वाला गोलीय खोल या कोरा है जिसपर q आवेश एकसमान रूप से वितरित हैं। गोलीय खोल के केंद्र O से r दुरी पर कोई बिंदु P पर विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी हैं। O को केंद्र मानते हुए r त्रिज्या का एक गाउस पृष्ठ खींचते हैं।

गाउस के नियम से $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E ds \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

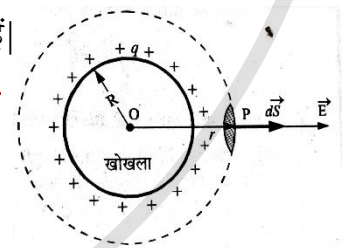
चुकि \vec{E} तथा $d\vec{s}$ एक ही दिशा के अनुदिश हैं, अतः $\theta = 0^\circ$

$$\therefore \oint E ds \cos \theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\therefore \oint ds = \text{गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 4\pi r^2$$

$$\therefore E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$



$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \dots \dots (1)$$

यह सूत्र बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता के समरूप है |

सदिश रूप में

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

यदि खोल का पृष्ठीय आवेश घनत्व σ हो तो ,

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} \quad q = \sigma \cdot 4\pi R^2$$

तब समीकरण 1 में

$$E = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma \cdot R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

अतः खोल के बाहर स्थित बिन्दुओं पर एकसमान आवेशित गोलीय खोल के कारण विद्युत क्षेत्र इस प्रकार का होता है, जैसे कि खोल का समस्त आवेश उसके केंद्र पर स्थित है।

(ii) खोल के पृष्ठ पर स्थित बिंदु के लिए विद्युत क्षेत्र

जब बिंदु P पृष्ठ पर हो तो,

$$r = R$$

∴ समी (i) से,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

चूँकि आवेश का पृष्ठीय घनत्व $\sigma = \frac{q}{S}$

$$q = \sigma S$$

$$q = \sigma \times 4\pi R^2$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma \times 4\pi R^2}{R^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

एकसमान रूप से आवेशित पतले गोलीय कोश के पृष्ठ पर विद्युत क्षेत्र $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ होता है |

(iii) खोल या कोश के भीतर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता

(At point inside the shell)

माना बिंदु P खोल या कोश

के अन्दर स्थित है जिसकी दुरी केंद्र O से r' है। r को त्रिज्या मानकर गोलीय गाउसीय पृष्ठीय खींचा | गाउस के नियम से,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E ds \cos\theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

लेकिन पृष्ठ के अन्दर आवेश शून्य होगा क्योंकि आवेश पृष्ठ पर वितरित है।

$$q = 0$$

$$\therefore E = 0$$

➤ अतः एकसमान रूप से आवेशित गोलीय खोल के भीतर विद्युत क्षेत्र शून्य होता है।

वस्तुनिष्ठ प्रश्न:-

1. धनात्मक आवेश और ऋणात्मक आवेश का नाम किसने दिया?

- (A) बेंजामिन फ्रैंकलिन
- (B) कूलम्ब
- (C) थेल्स
- (D) गाउस

2. निम्नलिखित में से किसकी मात्रक कूलम्ब है?

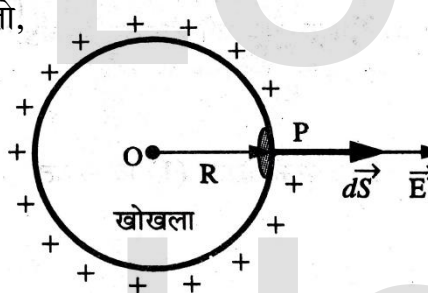
- (A) विद्युतीय फ्लक्स का
- (B) विद्युत आवेश का
- (C) विद्युत धारिता का
- (D) विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का

3. आवेश का विमा है | [2020A]

- (A) [AT]
- (B) [AT⁻¹]
- (C) [A⁻¹T]
- (D) [AT⁻²]

4. निम्नलिखित में से कौन विद्युत क्षेत्र की मात्रक है?

- (A) कूलम्ब(C)



- (B) न्यूटन(N)
 (C) वोल्ट(V)
 (D) न्यूटन/कूलम्ब(NC^{-1})

5. यदि किसी विद्युत द्विध्रुव को एकसमान विद्युत क्षेत्र में रखा जाए तो उस पर कुल विद्युत बल होता है।

- (A) हमेशा शून्य
 (B) कभी शून्य
 (C) द्विध्रुव की क्षमता पर निर्भर करता है
 (D) इनमें से कोई नहीं

6. कितने इलेक्ट्रॉन एक साथ मिलकर एक कूलम्ब आवेश बनाते हैं?

- (A) 6.25×10^{18}
 (B) 6.25×10^8
 (C) 6.023×10^{-18}
 (D) इनमें से कोई नहीं

7. 1 कूलॉम आवेश =e.s.u. [2011A]

- (A) $3 \times 10^9 \text{ e.s.u.}$
 (B) $\frac{1}{3} \times 10^9 \text{ e.s.u.}$
 (C) $3 \times 10^{10} \text{ e.s.u.}$
 (D) $\frac{1}{3} \times 10^{10} \text{ e.s.u.}$

8. विद्युत आवेश किस प्रकार कि राशि है

- (A) सदिश
 (B) अदिश
 (C) सदिश, अदिश दोनों
 (D) इनमें से कोई नहीं

9. यदि ϵ_0 मुक्त स्थान की विद्युतशीलता है, तो ϵ_0 की S.I मात्रक होगी।

- (A) $\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}\text{C}^{-2}$
 (B) $\text{Nm}^{-2}\text{C}^{-2}$
 (C) $\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}\text{C}^2$
 (D) $\text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$

10. ϵ_0 का विमीय निरूपण होगा।

- (A) $[MLT^4A^2]$
 (B) $[M^{-1}L^{-3}T^4A^2]$
 (C) $[ML^{-2}T^2A^{-2}]$
 (D) इनमें से कोई नहीं

11. विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की S.I मात्रक है। [2014A, 2021A, 2022A]

- (A) C
 (B) C.m^{-1}
 (C) C m
 (D) N m^{-1}

12. जब एक द्विध्रुव \vec{P} को एक समान विद्युत क्षेत्र \vec{E} में रखा जाता है, तो द्विध्रुव पर लगने वाला बल आघूर्ण होता है।

- (A) $\vec{\tau} = \vec{P} \cdot \vec{E}$
 (B) $\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$
 (C) $\vec{\tau} = \vec{P} - \vec{E}$
 (D) $\vec{\tau} = \vec{P} + \vec{E}$

13. कूलम्ब बल है.

- (A) केन्द्रीय बल
 (B) विद्युत बल
 (C) (A) तथा (B) दोनों
 (D) इनमें से कोई नहीं

14. एक कूलम्ब आवेश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या होती है।

- (A) 6.25×10^{18}
 (B) 6.25×10^{17}
 (C) 6.25×10^{19}
 (D) 6.25×10^{-19}

15. वियुक्त निकाय का कुल आवेश सदैव संरक्षित रहता है।

- (A) आवेश के संरक्षण के अनुसार
 (B) आवेश के योज्यता के अनुसार
 (C) आवेश के क्वांटमीकरण अनुसार
 (D) इनमें से कोई नहीं

16. एक प्रोटोन पर आवेश होता है।

- (A) $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
 (B) $9.1 \times 10^{-31} \text{ C}$
 (C) $-1.6 \times 10^{19} \text{ C}$
 (D) इनमें से कोई नहीं

17. एकसमान रूप से आवेशित अनंत समतल चादर के कारण विद्युत क्षेत्र क्या है?

$$(A) E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$(B) E = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$(C) E = 0$$

$$(D) E = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}$$

18. स्थिर विद्युत आवेशों के बीच लगने वाले बल का नियम क्या है?

- (A) गाउस के नियम
- (B) किरचॉफ के नियम
- (C) कूलम्ब के नियम
- (D) फैराडे के नियम

19. समान रूप से आवेशित ठोस कुचालक गोले के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता अधिकतम होती है:

- (A) केंद्र पर
- (B) केन्द्र से सतह के मध्य के किसी बिंदु पर
- (C) सतह पर
- (D) अनंत

20. यह चित्र दो आवेशों q_1 और q_2 के कारण बल की रेखाओं का एक आलेख है। आवेश के चिह्न का पता लगाएं?

- (A) दोनों ऋणात्मक
- (B) ऊपर धनात्मक और नीचे ऋणात्मक
- (C) दोनों धनात्मक
- (D) ऊपर ऋणात्मक और निचे धनात्मक

21. परावैद्युतांक (K या ϵ_r) का S.I मात्रक है |

- (A) Nm^2c^{-2}
- (B) $\text{Nm}^{-2}\text{c}^{-2}$
- (C) कोई मात्रक नहीं
- (D) FN^{-1}

22. किसी पिंड पर आवेश $q = \pm ne$ लिखा है, जहाँ $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ है जहाँ n है

- (A) 0, 2, 3,
- (B) 0, ± 1 , ± 2 , ± 3 ,
- (C) 0, -1, -2, -3,
- (D) इनमें से सभी

23. डिबाई मात्रक है|

- (A) आवेश का
- (B) विभव का

(C) विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का

(D) इनमें से कोई नहीं

24. जब कोई वस्तु ऋणावेशित हो जाती है तो उसके द्रव्यमान में क्या परिवर्तन होता है?

- (A) घटता है
- (B) बढ़ता है
- (C) वैसा ही रहता है
- (D) इनमें से कोई नहीं

25. मुक्त स्थान की पारगम्यता (विद्युतशीलता) ϵ_0 है | [2015A, 2022A]

- (A) $9 \times 10^9 \text{ mF}^{-1}$
- (B) $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- (C) $8.854 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$
- (D) इनमें से कोई नहीं

26. दो वैद्युत क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को किस कोण पर काटती हैं ?

- (A) 90°
- (B) 45°
- (C) 30°
- (D) नहीं काटती हैं

27. खोखले आवेशित चालक गोले के अंदर विद्युत क्षेत्र का मान क्या है?

- (A) 1
- (B) शून्य (0)
- (C) $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$
- (D) अनन्त

28. निम्नलिखित में से कौन सी एक सदिश राशि है?

- (A) आवेश
- (B) धारिता
- (C) विद्युत क्षेत्र की तीव्रता
- (D) धारा

29. किसी आवेशित वस्तु पर आवेश का न्यूनतम मान हो सकता है।

- (A) 10^{-19} C
- (B) $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
- (C) $1.6 \times 10^{19} \text{ C}$

(D) $0.8 \times 10^{-19} \text{ C}$

30. दो बिंदु आवेशों के बीच कूलम्ब बल उनके बीच की दूरी के साथ बदलता रहता है।

- (A) r
 (B) $\frac{1}{r}$
 (C) r^2
 (D) $(D) \frac{1}{r^2}$

31. धातु के लिए परावैद्युत नियतांक है

- (A) 0
 (B) 1
 (C) 80
 (D) अनंत

32. यदि एक द्विध्रुव को एक समान विद्युत क्षेत्र में रखा जाए तो उस पर परिणामी विद्युत बल होगा

- (A) हमेशा शून्य
 (B) कभी शून्य नहीं
 (C) द्विध्रुव की क्षमता पर निर्भर करता है
 (D) इनमें से कोई नहीं

33. विद्युत क्षेत्र \vec{E} में एक निश्चित बिंदु आवेश q_0 पर कार्य करने वाला बल है

- (A) $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$
 (B) $\vec{F} = q_0 \vec{E}$
 (C) $\vec{E} = q_0 \vec{F}$
 (D) $\vec{E} = \frac{q_0}{\vec{F}}$

34. किसी बिन्दु आवेश Q के कारण दूरी r पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता है।

- (A) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$
 (B) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3}$
 (C) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$
 (D) $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$

35. प्रति एकांक आवेश पर लगने वाले बल को कहा जाता है।

- (A) विद्युत फ्लक्स
 (B) विद्युत क्षेत्र
 (C) विद्युत विभव

(D) विद्युत धारा

36. विद्युत क्षेत्र का विमीय सूत्र है.

- (A) $[MLT^{-3} A^{-1}]$
 (B) $[MLT^2 A^{-1}]$
 (C) $[MLT^2 A^{-1}]$
 (D) $[MLT A^2]$

37. विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण का विमीय सूत्र है.

- (A) $[M^0 L T A]$
 (B) $[M L^0 T A]$
 (C) $[ML T^0 A]$
 (D) $[MLT A^0]$

38. विद्युत द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता (E) द्विध्रुव के केंद्र के बिंदु से दूरी (r) के साथ बदलती रहती है।

- (A) $E \propto \frac{1}{r}$
 (B) $E \propto \frac{1}{r^2}$
 (C) $E \propto \frac{1}{r^3}$
 (D) $E \propto \frac{1}{r^4}$





39. वह गुण जो दो प्रकार के आवेशों में अंतर करता है, कहलाता है।

- (A) आवेश की समता
 (B) आवेश की ध्रुवता
 (C) आवेश का संरक्षण
 (D) इनमें से कोई नहीं

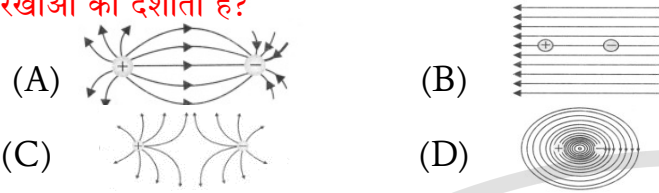
40. विद्युत क्षेत्र रेखाओं किसके बारे में जानकारी प्रदान करता है।

- (A) क्षेत्र की प्रबलता/शक्ति
 (B) क्षेत्र की दिशा
 (C) आवेश की प्रकृति
 (D) इनमें से सभी

41. निम्नलिखित में से कौन सा चित्र एकल ऋणात्मक आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र रेखाओं को दर्शाता है?

- (A)  (B) 
 (C)  (D) 

42. निम्नलिखित में से कौन सा चित्र एक धनात्मक और एक ऋणात्मक आवेश के संयोजन के कारण विद्युत क्षेत्र रेखाओं को दर्शाता है?



43. कूलम्ब का नियम सदिश रूप में लिखा जा सकता है [2022]

$$(A) \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^3} \vec{r}$$

$$(B) \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2} \vec{r}$$

$$(C) F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$(D) F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3}$$

44. आवेश का रेखीय घनत्व का मात्रक होता है

- (A) कूलॉम/मीटर
(B) कूलॉम \times मीटर
(C) मीटर/कूलॉम
(D) इनमें से कोई नहीं

45. दो विद्युत आवेशों के बीच लगनेवाले बल को नियंत्रित करनेवाले नियम को कहा जाता है [2023A]

- (A) अम्पीयर का नियम
(B) फैराडे का नियम
(C) ओम का नियम
(D) कूलॉम का नियम

46. किसी माध्यम की आपेक्षिक परावैद्युतता (ϵ) होती है- [2021A]

- (A) $\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$
(B) $\epsilon \times \epsilon_0$
(C) $\epsilon - \epsilon_0$
(D) $\epsilon + \epsilon_0$

47. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ का मान होता है [2021A]

- (A) $9 \times 10^9 Nm^2 c^{-1}$
(B) $9 \times 10^{-9} Nm^{-2} c^{-1}$
(C) $9 \times 10^{12} Nm^2 c^{-1}$
(D) $9 \times 10^{-12} Nm^2 c^{-1}$

48. आवेश का पृष्ठ-घनत्व बराबर होता है [2021A]

- (A) कुल आवेश \times कुल क्षेत्रफल

- (B) $\frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल क्षेत्रफल}}$
(C) $\frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल आयतन}}$

- (D) कुल आवेश \times कुल आयतन

49. पानी का परावैद्युत स्थिरांक होता है [2021A]

- (A) 80
(B) 60
(C) 1
(D) 42.5

50. निम्नलिखित में किस राशि का मात्रक $\frac{\text{वोल्ट}}{\text{मीटर}}$ होता है? [2020A]

- (A) विद्युतीय फ्लक्स
(B) विद्युतीय विभव
(C) विद्युत धारिता
(D) विद्युतीय क्षेत्र

51. आवेश के पृष्ठ घनत्व का मात्रक होता है- [2019]

- (A) कूलॉम/मीटर² (cm^{-2})
(B) न्यूटन/मीटर² (Nm^{-2})
(C) कूलॉम/वोल्ट (CV^{-1})
(D) कूलॉम/मीटर (cm^{-1})

52. जब किसी वस्तु को आवेशित किया जाता है, तो उसका द्रव्यमान [2018A]

- (A) बढ़ता है
(B) घटता है
(C) अचर रहता है
(D) बढ़ या घट सकता है

53. वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण एक सदिश होता है जिसकी दिशा होती है |

- (A) उत्तर से दक्षिण की ओर
(B) दक्षिण से उत्तर की ओर
(C) धन से ऋण आवेश की ओर
(D) ऋण से धन आवेश की ओर

54. विद्युत फ्लक्स का S.I. मात्रक है [2021A]

- (A) ओम-मीटर
(B) एम्पीयर-मीटर
(C) वोल्ट-मीटर
(D) वोल्ट मीटर⁻¹

55. एक ऐम्पियर बराबर होता है [2021A]

- (A) 1 कूलॉम / 1 सेकेण्ड
(B) 1 ओम / 1 वोल्ट
(C) 1 वोल्ट \times 1 ओम
(D) 1 कूलॉम \times 1 सेकेण्ड

56. स्थिर विद्युत क्षेत्र होता है।

- (A) सरंक्षी
(B) असंरक्षी
(C) दोनों
(D) इनमें से कोई नहीं

57. अनंत लम्बाई के एक समान आवेशित सीधे तार के कारण विद्युत क्षेत्र है।

- (A) $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$
(B) $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}$
(C) $E = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0 r}$
(D) $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2}$

58. किसी वस्तु का परावैद्युतांक हमेशा अधिक होता है-

- (A) शून्य से
(B) 0.5 से
(C) 1 से
(D) 5 से

59. वैद्युत फ्लक्स का मात्रक होता है

- (A) वेबर
(B) Nm^2C^{-1}
(C) N/m
(D) m^2/s

60. धन आवेशित वस्तु में है-

- (A) (A) न्यूट्रॉन की अधिकता
(B) इलेक्ट्रॉन की अधिकता
(C) इलेक्ट्रॉन की कमी
(D) प्रोटॉनों की कमी

61. गॉस के नियम के निम्न में कोन सत्य है

- (A) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
(B) $\frac{q}{\epsilon_0}$
(C) $\frac{\sigma r}{2\epsilon_0}$

- (D) $\frac{\sigma r}{\epsilon_0}$

62. 8 कूलॉम ऋण आवेश में विद्यमान इलेक्ट्रॉनों की संख्या है

- (A) 5×10^{-19}
(B) 2.5×10^{-19}
(C) 12.8×10^{-19}
(D) 1.6×10^{-19}

63. कुछ दूरी पर स्थित दो इलेक्ट्रॉनों के बीच गुरुत्वीय तथा स्थिर वैद्युत वैद्युत बलों के बीच अनुपात है :

- (A) 10^{43}
(B) 10^{39}
(C) 10^{-39}
(D) 10^{-43}

64. यदि निर्वात में 1C का आवेश उसी परिमाण के दूसरे आवेश से 1 मीटर की दूरी पर रखा जाता है, तो यह परिमाण के विद्युत बल प्रतिकर्षण का अनुभव करता है।

- (A) $9 \times 10^9 \text{N}$
(B) $9 \times 10^{-9} \text{N}$
(C) $10 \times 10^9 \text{N}$
(D) $10 \times 10^{-9} \text{N}$

65. $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ यह किसके नियम द्वारा दिया गया है?

- (A) फैराडे का नियम
(B) न्यूटन का नियम
(C) कूलम्ब का नियम
(D) फ्लेमिंग का नियम

66. काँच की छड़ को रेशम से रगड़ने पर छड़ धनावेशित हो जाती इसका अर्थ है कि

- (A) कुछ अतिरिक्त प्रोटॉन रेशम से छड़ पर आ जाते हैं
(B) कुछ अतिरिक्त इलेक्ट्रॉन रेशम से छड़ पर आ जाते हैं
(C) कुछ इलेक्ट्रॉन छड़ से बाहर निकलकर हवा में आ जाते हैं तथा प्रोटॉन रेशम पर
(D) कुछ इलेक्ट्रॉन छड़ से निकलकर रेशम पर चले जाते हैं।

67. निम्न में से कौन-सा आवेश सम्भव नहीं है

- (A) $+3/2 e$

(B) $+ 3e$ (C) $-3e$ (D) $+ 2e$

68. स्थिर विद्युतिकी से सम्बन्धित निम्न में से कौन-सा कथन यथार्थ नहीं है |

- (A) आवेश क्वाण्टीकृत राशि है
 (B) आवेश संरक्षित होता है।
 (C) बल रेखा क्षेत्र की दिशा प्रदर्शित करती है
 (D) घर्षण से इलेक्ट्रॉन का उत्पादन होता है

69. आवेशों की प्रकृति होती है |

- (A) योगात्मक
 (B) व्यवकलनात्मक
 (C) वितरण
 (D) क्रम विनिमय

70. किसी आवेश q में इलेक्ट्रॉनों की संख्या n होती है |

- (A) $n = qe$
 (B) $e = qn$
 (C) $n = q/e$
 (D) $n = e/q$

71. किसी निकाय का विद्युत आवेश सदैव किसके बराबर होता है |

- (A) आवेश के न्यूनतम मान का पूर्ण गुणज
 (B) आवेश के न्यूनतम मान का अर्द्ध गुणज
 (C) आवेश के न्यूनतम मान का वर्ग
 (D) शून्य

72. समान परिमाण और विपरीत प्रकृति के आवेश के युग्म को कहते हैं

- (A) विद्युत क्षेत्र
 (B) विद्युत विभव
 (C) विद्युत द्विध्रुव
 (D) विद्युत फ्लक्स

73. एकसमान विद्युत क्षेत्र में रखा हुआ विद्युत द्विध्रुव अनुभव करता है।

- (A) केवल आघूर्ण
 (B) केवल बल
 (C) बल तथा आघूर्ण
 (D) इनमें से कोई नहीं

74. निम्न में कोन चालक का उदाहरण है |

- (A) सुखी लकड़ी
 (B) चाँदी
 (C) प्लास्टिक
 (D) रबर

75. सजातीय आवेश एक दुसरे को.....

- (A) आकर्षित करता है |
 (B) प्रतिकर्षित करता है |
 (C) आकर्षित एवं प्रतिकर्षित दोनों करता है |
 (D) कुछ नहीं करता है |

ANSWER SHEET

1 – A	20 – A	39 – B	58 – C
2 – B	21 – C	40 – D	59 – B
3 – A	22 – D	41 – B	60 – C
4 – D	23 – C	42 – A	61 – B
5 – A	24 – B	43 – A	62 – A
6 – A	25 – C	44 – A	63 – D
7 – A	26 – D	45 – D	64 – A
8 – B	27 – B	46 – A	65 – C
9 – D	28 – C	47 – A	66 – D
10 – B	29 – B	48 – B	67 – A
11 – C	30 – D	49 – A	68 – D
12 – B	31 – D	50 – D	69 – A
13 – C	32 – A	51 – A	70 – C
14 – A	33 – A	52 – D	71 – A
15 – A	34 – A	53 – D	72 – C
16 – A	35 – B	54 – C	73 – A
17 – A	36 – A	55 – A	74 – B
18 – C	37 – A	56 – A	75 – B
19 – C	38 – C	57 – A	